UNIVERSIDADE MUNICIPAL DE SÃO CAETANO DO SUL
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL

Victor Ferauche

ENSINO E APRENDIZAGEM DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NO ENSINO MÉDIO: DESAFIOS E ESTRATÉGIAS

São Caetano do Sul - SP
2025

VICTOR FERAUCHE

ENSINO E APRENDIZAGEM DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NO ENSINO MÉDIO: DESAFIOS E ESTRATÉGIAS

Trabalho Final de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação – Mestrado Profissional – da Universidade Municipal de São Caetano do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Área de concentração: Formação de Professores e Gestores

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alexandre Felício Brito

São Caetano do Sul - SP
2025

FICHA CATALOGRÁFICA

FERAUCHE, Victor.

Ensino e aprendizagem do pensamento algébrico no ensino médio: desafios e estratégias.

150 p.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alexandre Felício Brito.

Dissertação (Mestrado) – USCS. Universidade Municipal de São Caetano do Sul. Programa de Pós-Graduação em Educação. Mestrado Profissional, 2025.

1. Pensamento algébrico. 2. Aprendizagem significativa. 3. Ensino médio. 4. Educação básica.

I. Brito, Carlos Alexandre Felício. II. Título. III. Universidade Municipal de São Caetano do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação.

Reitor da Universidade Municipal de São Caetano do Sul
Prof. Dr. Leandro Campi Prearo

Pró-reitora de Pós-Graduação e Pesquisa
Profa. Dra. Maria do Carmo Romeiro

Gestão do Programa de Pós-Graduação em Educação
Profa. Dra. Ana Sílvia Moço Aparício

Trabalho Final de Curso defendido e aprovado em _27_/_06_/_2025_ pela Banca Examinadora constituída pelos(as) professores(as):

Prof. Dr. Carlos Alexandre Felício Brito (USCS)

Profa. Dra. Maria de Fátima Ramos de Andrade (USCS)

Prof. Dr. César Augusto do Prado Moraes (Universidade Federal do Piauí)

Dedico esta pesquisa à minha mãe, Rosa Maria Abal Ferauche, que me possibilitou a continuidade de meus estudos; à minha esposa, Adriane Reynolds e ao meu querido filho, Matheus Reynolds Ferauche.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Profa. Cássia Alves Basílio ao sugerir a realização do curso de pós-graduação Stricto Sensu e à Profa. Dra. Ana Sílvia Moço Aparício, coordenadora do programa de pós-graduação em Educação, que me indicou ao meu orientador, Prof. Dr. Carlos Alexandre Felício Brito, a quem me fez acreditar ser possível tornar-me um professor-pesquisador, me incentivando desde o primeiro semestre a participar de eventos estaduais e nacionais.

Agradeço à Profa. Dra. Maria de Fátima Ramos de Andrade, pelos ensinamentos pedagógicos e ao Prof. Dr. César Augusto do Prado Moraes, pelas vivências compartilhadas na área da matemática e sugestões de literaturas.

Meus agradecimentos ao Prof. Dr. Paulo Sérgio Garcia e aos professores do grupo do Observatório USCS da Educação Básica do ABC, que durante o curso de pós-graduação indicaram bases de dados de avaliação em larga escala da matemática.

Agradeço aos gestores do Colégio USCS, Prof. Dr. Fernando Luiz Monteiro de Souza e Profa. Me. Neiri Rodrigues de Medeiros, pelo apoio e por Sua Magnificência, e ao Prof. Dr. Leandro Campi Prearo, pelo apoio financeiro da instituição.

Um agradecimento especial à minha mãe, professora de matemática, Rosa Maria Abal Ferauche, que sempre esteve ao meu lado, mesmo nos momentos do tratamento de câncer.

Finalmente, agradecimentos aos colegas professores do Colégio USCS, que, em espírito de equipe, participaram da atividade elaborada e da criação do “escape room”.

“Não é paradoxo dizer que em nossos momentos teóricos podemos estar mais próximos de nossas aplicações mais práticas.”

Alfred North Whitehead

RESUMO

O pensamento algébrico refere-se à capacidade de compreender e utilizar a álgebra em práticas educacionais contextualizadas que permitam conectar o novo conhecimento ao que o estudante já sabe, sob a ótica de uma aprendizagem significativa. Esta pesquisa investigou os desafios e estratégias relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico no ensino médio, tendo como foco a superação das dificuldades conceituais de estudantes em relação à linguagem algébrica, ao uso de variáveis e à modelagem de situações do cotidiano. A problemática da pesquisa centrou-se na possibilidade de promover a aprendizagem significativa desses conteúdos por meio de uma sequência didática ancorada nas habilidades previstas pela BNCC. O objetivo consistiu em compreender como os alunos constroem significados para os objetos algébricos ao longo de sua formação. A pesquisa apresentada classifica-se como qualitativa de natureza descritiva e interpretativa, com características do Design Experimental in Educational Research (EDeR), incluindo revisão de escopo para a aplicação do projeto experimental educacional por meio de oficina de matemática. O referencial teórico apoiou-se na teoria da aprendizagem significativa, com elaboração e validação de sequência didática matemática e nos fundamentos do pensamento algébrico. Os resultados registrados em mapas conceituais evidenciaram avanços nos modos como os alunos reconhecem padrões, generalizam expressões e estabelecem relações funcionais. Constatou-se ainda que o uso de estratégias lúdicas, como a criação de jogos do tipo escape room com conteúdos algébricos, favorece o engajamento, a colaboração e o protagonismo estudantil. Como desdobramento desta dissertação, foi elaborado o livro intitulado Escape Room na Escola: Manual Prático (ISBN: 978-65-01-46185-4). O material tem como objetivo construir uma atividade lúdica que possa explorar os conhecimentos algébricos para alunos do ensino médio. Estruturado em oito capítulos, o manual oferece fundamentos pedagógicos, modelos práticos, estratégias de mediação, propostas inclusivas e sugestões para o uso de versões digitais e híbridas. Trata-se de um recurso acessível, interdisciplinar e alinhado às diretrizes da BNCC, concebido para fomentar sequências didáticas e o protagonismo estudantil em ambientes escolares.

Palavras-chave: pensamento algébrico; aprendizagem significativa; ensino médio; sequência didática; escape room.

ABSTRACT

Algebraic thinking refers to the ability to understand and use algebra in contextualized educational practices that allow students to connect new knowledge to what they already know, through the lens of meaningful learning. This research investigated the challenges and strategies related to the development of algebraic thinking in high school, focusing on overcoming conceptual difficulties of students regarding algebraic language, the use of variables, and modeling everyday situations. The research problem centered on the possibility of promoting the meaningful learning of these contents through a didactic sequence anchored in the skills outlined by the BNCC (National Common Curricular Base). The goal was to understand how students construct meanings for algebraic objects throughout their education. The presented research is classified as qualitative, descriptive, and interpretive, with characteristics of the Experimental Design in Educational Research (EDeR), including a scope review for applying the educational experimental project through a mathematics workshop. The theoretical framework was based on the theory of meaningful learning, with the elaboration and validation of a mathematical didactic sequence and the foundations of algebraic thinking. The results recorded in conceptual maps demonstrated advances in how students recognize patterns, generalize expressions, and establish functional relationships. It was also found that the use of playful strategies, such as creating escape room games with algebraic content, fosters student engagement, collaboration, and protagonism. As an outcome of this dissertation, the book Escape Room at School: A Practical Manual (ISBN: 978-65-01-46185-4) was developed. The material aims to develop a playful activity that can explore algebraic knowledge for high school students. Structured in eight chapters, the manual provides pedagogical foundations, practical models, mediation strategies, inclusive approaches, and suggestions for the use of digital and hybrid formats. It is an accessible and interdisciplinary resource, aligned with the guidelines of the BNCC, designed to foster didactic sequences and encourage student protagonism within school environments.

Keywords: algebraic thinking; meaningful learning; high school; didactic sequence; escape room.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AEC	Antes da Era Comum
AFC	Análise Fatorial de Correspondência
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
DAS	Situação Desencadeadora de Aprendizagem
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
NCTM	Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OECD	Organização para a Cooperação Econômica Europeia
PISA	Program for International Student Assessment
PNLD	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SARESP	Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
TAD	Teoria Antropológica do Didático
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura

SUMÁRIO

MEMORIAL

Este é um breve relato de minha história, vida profissional e perspectiva de minha vida acadêmica, desde a extensão universitária aos futuros projetos de ensino. Sou natural de Santos, São Paulo, uma cidade litorânea portuária próxima ao município de São Vicente, primeira vila portuguesa fundada em terras brasileiras. A cidade de Santos é uma importante extensão do porto marítimo a qual apresenta centro urbano fronteiriço à Baía de Santos.

Minha formação escolar aconteceu em escolas particulares, maior parte no Colégio Marista Santista, gerenciado pelos Irmãos Maristas e cujo fundador foi Pe. Marcelino Champagnat. Ele foi um homem humilde, idealizador de grandes sonhos e visionário. Dedicou-se à vida evangelizadora de crianças, adolescentes e jovens, especialmente àqueles com vulnerabilidade social.

Desde criança, eu participava de concursos de redação da Aeronáutica. O Colégio Marista Santista promovia também entrega de premiações e medalhas em cada final de ano letivo, o que me estimulava a estudar por melhores notas. Todos os anos era medalhista de ouro ou prata. Participava de ensaios de peças literárias, gravava cenas em câmeras de filmagem antigas. O projeto de rádio foi gravado em fita cassete. Também gostava muito de esportes. A escola possuía várias modalidades esportivas. Algumas delas eram de origem francesa, como a modalidade de bola ao mastro. Gostava de jogar futebol, basquetebol e xadrez.

Meu pai trabalhava na área de Comércio Exterior. Quando viajava, ele costumava trazer de presente uma miniatura de carrinho. Durante minha infância, desmontava brinquedos movidos à pilha e utilizava cartolina para desenhar novos carrinhos de corrida com os motores elétricos em novas posições.

A escolha de minha primeira graduação no Ensino Superior foi influenciada pela paixão de infância: engenharia mecânica com ênfase em indústria automobilística. A Faculdade de Engenharia Industrial (FEI) possuía um curso conceituado para tal área e tradição dos grupos jesuítas por meio da Fundação Educacional Inaciana, orientada pela Companhia de Jesus. Em 1999, durante o quarto ano de engenharia mecânica, iniciei minha procura de estágio, sendo aprovado na seleção da montadora norte-americana *Ford Motor Company do Brasil Ltda*.

Como estagiário do setor de qualidade assegurada da *Ford Motor Company do Brasil Ltda*, utilizava minhas habilidades de língua inglesa aprendidas com meu pai, para comunicação telefônica com fornecedores estrangeiros.

No último ano de engenharia, meu projeto de formatura foi uma otimização de motor dois tempos com injeção direta, de modo a mitigar o nível de emissões de poluentes. A aplicação do motor era destinada para fins aeronáuticos.

Em 2001, após me formar em engenharia, mudei-me para a cidade de Salvador, na Bahia. Havia sido contratado como engenheiro de desenvolvimento de produto e, como missão, participar de um projeto chamado "*Amazon*". Uma linha de veículos novos, adaptados de projetos europeus para uso sul-americano. Dentre eles, o Ecosport. Como engenheiro de carrocerias, viajava a trabalho para outros países: Argentina, Peru, Estados Unidos da América e Alemanha.

Em 2005, fui contratado pela General Motors do Brasil para o Centro Técnico de São Caetano do Sul. A *GM* foi um lugar de experiências e muito aprendizado, sendo que mantenho contatos com colegas de trabalho até hoje. Boa parte dos colegas são estrangeiros.

Em 2008, a Ford me contratou de volta. Permaneci a serviço da Ford até o ano de 2017. Durante os anos de trabalho na engenharia de desenvolvimento de produtos, desenvolvi peças e soluções técnicas, algumas destas, com patentes norte-americanas. Com a crise econômica e a transição da indústria automobilística, coloquei em ação meus planos vocacionais de tornar-me um educador.

A Ford havia me ofertado cursos de aperfeiçoamento da Universidade de Michigan (EUA) e cursos de treinamento digital. Com os certificados internacionais de cursos de aperfeiçoamento de língua inglesa, comecei a lecionar em escolas de idiomas.

Em 2018, o Instituto Brasileiro de Ensino de Idiomas (IBEI), localizado à Rua João Ramalho, 700 - Perdizes, São Paulo, contratou-me como professor de inglês comercial. As turmas eram na grande maioria de funcionários e funcionárias fabris de uma média etária de trinta anos, e também de executivos das áreas comerciais.

Naquele mesmo ano de 2018, um dos donos da Gol Linhas Aéreas, Diretor Ricardo Constantino, me deu uma oportunidade de trabalhar na holding de empresas de transporte e logística, no setor de ônibus e caminhões pesados.

Dentro da área de compras, minhas atribuições consistiam em prestar consultoria de qualidade, moderar as discussões técnicas entre cliente e os fabricantes, tais como Mercedes-Benz e Scania e prover treinamento para as oficinas de mecânicos e elétricos das garagens do Grupo Comporte Participações.

Durante o ano de 2018, acompanhei o desenvolvimento de um sistema de arrefecimento elétrico que promovia uma economia de combustível para os ônibus movidos a diesel.

Em 2019, fui selecionado como instrutor de inglês na Escola *First One Idiomas* (Rua Espírito Santo, 57 – bairro Santo Antônio, São Caetano do Sul).

Era instrutor de inglês de estudantes adolescentes de 12 a 13 anos. Eram estudantes do Colégio Eduardo Gomes (Rua Maj. Carlos Del Prete, 1120 – bairro Santo Antônio, São Caetano do Sul).

Uma das estudantes tinha um projeto de intercâmbio através do Rotary de São Caetano do Sul. Como tutor, acompanhei tal estudante por cerca de quatro anos, sendo aulas feitas exclusivamente on-line durante a pandemia. A estudante conseguiu ser aprovada na prova escrita e na entrevista do programa Rotary Club.

Com as Operações de Manufatura da Ford encerradas no Brasil, continuei meus estudos de licenciatura em matemática ao mesmo tempo em que trabalhava para a empresa do Grupo Comporte Participações. Prestei vestibular para o curso de licenciatura em Matemática na Universidade Virtual do Estado de São Paulo (UNIVESP). Tinha aulas e reuniões presenciais no Polo de Diadema (SP). Lembro-me da Profa. Doutora Marissol Felez, atualmente professora de Física, visitante na Universidade Federal do ABC. Possuo contato com ela e com os poucos colegas de minha turma que se formaram em quatro anos. Alguns colegas haviam cursado o Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) e Licenciatura de Ciências da Natureza na Universidade de São Paulo (USP) e estavam complementando os currículos com o curso de Matemática. Como projeto final de conclusão, minha linha de pesquisa abordou uma proposta de ensino de álgebra com geometria. Meu interesse pela linha de pesquisa havia sido impulsionado pela gestão da primeira escola. na qual iniciei minha carreira como professor de Matemática: a Escola Estadual Laudo Ferreira de Camargo Ministro. A linguagem algébrica desafia os estudantes dos anos finais do ensino fundamental e ensino médio e a álgebra geométrica sempre me pareceu uma alternativa viável para uma melhor visualização do abstrato.

O período de quatro anos da licenciatura plena em Matemática me ajudou na ambientação do contexto escolar. Lecionei em Escolas Estaduais em São Bernardo do Campo (SP) e em Escolas Municipais de São Caetano do Sul (SP), sob domínio da Diretoria de Ensino de São Bernardo do Campo. Foram estas:

- E.E. Rudge Ramos, em 2019.

Estagiário de Ensino de Matemática, E. Fund II –9º Anos, Período Integral.
Av. Presidente Arthur Bernardes, 152, São Bernardo do Campo – SP, 09618-000.

- EME Prof.ª Alcina Dantas Feijão, em 2019.

Estagiário de Ensino de Matemática, E. Fund II – 7º e 9º Anos, Período Vespertino.
R. Capivari, 500 - Nova Gerti, São Caetano do Sul - SP, 09580-370.

- Emefm Arquiteto Oscar Niemeyer, em 2020.

Estagiário de Ensino de Matemática, Ensino Médio – 1ª e 3ª Séries.
Av. Paraíso, 600 - Osvaldo Cruz, São Caetano do Sul - SP, 09571-200.

- E. E. Laudo Ferreira De Camargo Ministro, em 2020.

Professor de Matemática - 8º e 9º Anos.
R. Júlio de Mesquita, 757 - Paulicéia, São Bernardo do Campo - SP, 09691-100.

- E. E. José Fornari, em 2021.

Professor de Matemática - 8º e 9º Anos (vespertino) e 2ªe 3ª Séries (matutino).
R. Aparecida, 198 - Baeta Neves, São Bernardo do Campo - SP, 09751-330.

- E. E. João Ramalho, em 2022.

Professor de Matemática e Física - 2ª e 3ª Séries do EM Noturno.
Rua José Bonifácio, 102 - Centro, São Bernardo do Campo - SP, 09721-160.

- E. E. Francisco Cristiano Lima De Freitas, em 2022.

Professor de Química - 3ª Séries do EM Noturno.
Estrada do Poney Club - Orquídeas, São Bernardo do Campo - SP, 09853-006.

Na rede estadual, tive oportunidade de ministrar aulas de Matemática em inglês para uma jovem de outro país, refugiada da Síria.

Em abril de 2022, ingressei como professor de Ensino Médio e Técnico do Colégio Universitário da Universidade Municipal de São Caetano do Sul (USCS), localizado à rua Conceição, nº 321, bairro de Santo Antônio em São Caetano do Sul.

A Universidade Municipal de São Caetano do Sul tem o costume de receber estudantes de outros países, tais como Colômbia, Chile e Equador. Neste ano de 2024, recebi uma estudante de Taiwan (República Popular da China).

Fui incentivado a realizar o Mestrado Profissional em Educação por uma colega de trabalho e vejo os benefícios tanto para a carreira quanto no desenvolvimento pessoal. A especialização amplia o conhecimento teórico e prático na área educacional e me permitiu aplicar metodologias inovadoras em sala de aula.

O Mestrado Profissional em Educação me permitiu ser um professor reflexivo, com capacidade crítica e sempre em busca de soluções práticas para problemas reais, o que torna os projetos de pesquisa aplicáveis ao contexto de trabalho.

A realização desta pesquisa transformou profundamente minha prática docente, pois me permitiu compreender que ensinar vai muito além da transmissão de conteúdos: trata-se de criar experiências que mobilizem os conhecimentos prévios dos estudantes e os conduzam à construção ativa do saber. Ao investigar o pensamento algébrico e desenvolver estratégias lúdicas, como o escape room, percebi que a autonomia dos alunos cresce quando eles se tornam protagonistas do próprio aprendizado. Essa experiência me tornou um professor mais reflexivo e consciente da importância de articular teoria e prática, valorizando as potencialidades individuais e promovendo um ambiente de colaboração e investigação. Aprendi que a inovação pedagógica não está apenas no uso de novas ferramentas, mas na forma como se organiza o processo de aprendizagem, estabelecendo conexões significativas entre os conceitos matemáticos e o cotidiano dos estudantes.

Ser educador é estar em constante formação, disposto a aprender com os erros, a valorizar o diálogo e a adaptar o ensino às necessidades do grupo. As interações com colegas e professores do programa, aliadas às leituras e às produções científicas, fortaleceram minha confiança em explorar práticas inovadoras e inclusivas.

Assim, enxergo minha atuação docente como um espaço de criação e transformação, em que o conhecimento é construído coletivamente, e cada aluno é convidado a ser protagonista no processo de aprender e ensinar. Planejo seguir com minha formação continuada com projetos de ensino e aprendizagem sob a ótica da teoria da aprendizagem significativa, com tecnologias e metodologias ativas.

1 INTRODUÇÃO

A etimologia da palavra latina “álgebra” está relacionada à língua árabe, sendo derivada da palavra “*aj-jab”*, que significa “redução, reunião de partes quebradas”. A palavra “*aj-jab”* foi utilizada em um livro escrito em Bagdá ao redor do ano 825 AEC pelo matemático árabe Mohammed ibn-Musa al Khowarizmi. A obra foi intitulada “Hisab al-jabr wál-muqabalah”, cujo título significa “a ciência da restauração (ou reunião)” ou ainda “ciência das equações”. A palavra “*al-jabr”* é citada como operação de transposição de uma quantidade subtraída de um lado de uma equação para o outro lado, onde se torna uma quantidade agregada.

Roque (2012) define a álgebra como uma subdisciplina da matemática que lida com equações e símbolos. A transição da aritmética para a álgebra é um dos temas importantes no processo de ensino-aprendizagem e uma das grandes dificuldades dos alunos em desenvolver o pensamento algébrico.

Na avaliação de larga escala do PISA (do idioma inglês, *Programme for International Student Assessment*, que se traduz Programa de Avaliação Internacional de Estudantes), a avaliação do desempenho dos alunos em matemática é definida por literacia matemática, ou seja, literacia é a capacidade de ler, de escrever, de compreender e de interpretar o que é lido.

A literacia matemática é a capacidade dos alunos de raciocinar matematicamente e de formular, empregar e interpretar a matemática para resolver problemas em uma variedade de contextos do mundo real.

O termo “literacia matemática” possui origem inglesa da expressão “numerical literacy”, cuja tradução em português foi convencionada de numeracia (Unesco, 2006).

> A alfabetização matemática é a capacidade de um indivíduo raciocinar matematicamente e de formular, empregar e interpretar matemática para resolver problemas em uma variedade de contextos do mundo real. Inclui conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas para descrever, explicar e prever fenômenos. Ele ajuda os indivíduos a saber o papel que a matemática joga no mundo e para fazer os julgamentos e decisões bem fundamentadas necessárias para cidadãos construtivos, engajados e reflexivos do século 21 (OCDE, 2022, p. 24).

O raciocínio matemático (tanto dedutivo quanto indutivo) significa avaliar situações, escolher estratégias, e inferir conclusões lógicas, desenvolvendo e descrevendo soluções bem como reconhecendo de que maneira essas soluções podem ou não ser aplicadas. O raciocínio matemático e a capacidade de resolver problemas sustentam a escola matemática, a qual é o núcleo da alfabetização matemática.

Dentre os entendimentos-chave deste raciocínio matemático estão: compreensão de quantidades; compreensão de sistemas numéricos e propriedades algébricas; poder de abstração; representação de símbolos; compreender as estruturas matemáticas e suas regularidades ou padrões; reconhecer relações funcionais entre quantidades; utilizar a modelagem matemática como ferramenta para o mundo real, tanto como fator físico, biológico, social, econômico e comportamental. A álgebra apresenta-se em vários dos entendimentos supracitados, tais como sistemas numéricos e suas propriedades algébricas, representação de símbolos, compreensão de padrões, relações funcionais e modelagem matemática.

A variável é um conceito matemático que pode ser entendido como uma propriedade no objeto de estudo que pode ser medida e enumerada. Esta pode apresentar vários valores numéricos, dependendo da situação dos resultados possíveis de um fenômeno. Os padrões auxiliam os alunos a perceberem a noção de variável e as explorações de padrões ajudam a pensar algebricamente. As variáveis são generalizadoras de modelos (Usiskin, 1995).

Algumas das dificuldades relacionadas ao ensino da álgebra estão associadas ao conceito de variável. Essas dificuldades são demonstradas pelas avaliações de vários países latino-americanos. De acordo com Aedo e Walker (2012), a pontuação de média do exame do PISA no Brasil é 100 pontos inferiores à média de países membros da Organização para a Cooperação Econômica Europeia (OECD).

Os desafios no ensino da álgebra no ensino médio incluem compreender conceitos algébricos, como padrões e como generalizam tais padrões utilizando uma linguagem matemática. A dificuldade de escrever expressões algébricas, enfrentadas pelos estudantes, relaciona-se à interpretação textual matemática, sobretudo na conversão da linguagem cotidiana em expressões algébricas. Essa dificuldade reflete-se diretamente na resolução dos chamados problemas de palavras, em que barreiras linguísticas matemáticas e de contextualização comprometem a aprendizagem e a compreensão efetiva da álgebra em situações práticas.

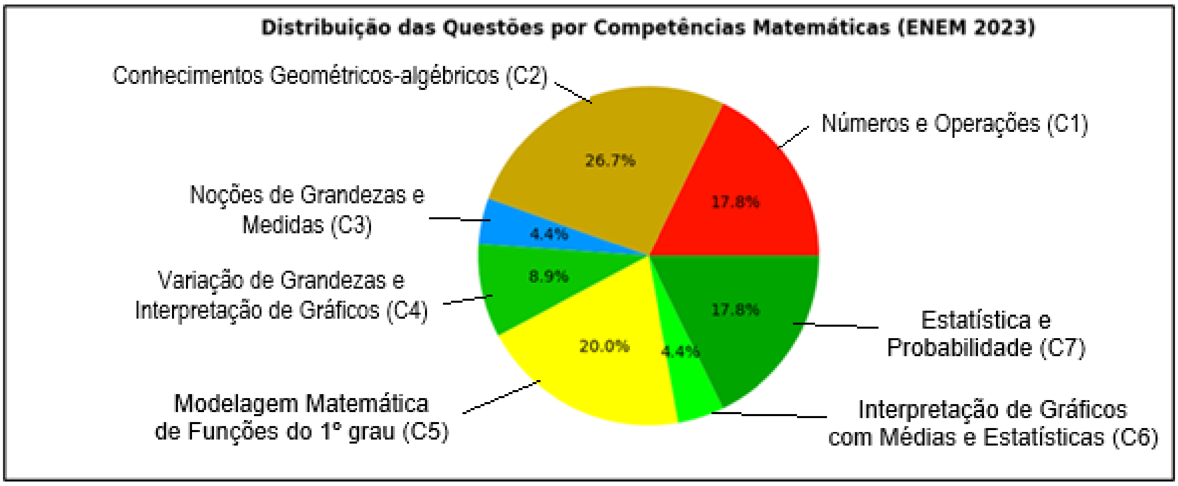
Algumas dificuldades estão presentes na identificação de coeficientes, constantes, noção de variável, equações e operações algébricas, decorrentes da compreensão limitada de conceitos algébricos.

Esses desafios limitam a compreensão conceitual da álgebra dos alunos e a capacidade de aplicar os conceitos algébricos em situações da vida real, fator bem explorado pela Avaliação em larga escala do PISA.

Ao longo da última década, os resultados das provas de matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) revelaram tendências significativas e mudanças nos padrões de desempenho dos estudantes. A análise estatística dos resultados mostra que tópicos como proporcionalidade e porcentagem, geometria espacial e plana, e análise de gráficos e tabelas foram consistentemente prevalentes nas provas. Esses temas refletem uma ênfase contínua no raciocínio quantitativo e na capacidade dos estudantes de aplicar conceitos matemáticos em contextos práticos e teóricos.

A proporcionalidade e a porcentagem, por exemplo, são essenciais para a compreensão de muitos fenômenos do mundo real e apareceram em aproximadamente 33,8% das questões ao longo dos anos. A geometria, tanto espacial quanto plana, que compõe cerca de 19,4% das questões, é crucial para o estímulo do pensamento espacial e da capacidade de visualizar e manipular objetos em diferentes dimensões. A análise de gráficos e tabelas, juntamente com estatística e probabilidade, que representam cerca de 18,5% das questões, são essenciais para a interpretação de dados e tomada de decisões baseadas em evidências (Gráfico 1).

Gráfico 1 – Distribuição das Questões (ENEM 2023)



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Para o ano de 2023, as questões foram classificadas de acordo com as competências de matemática da matriz de referência do Enem. Do total de 45 questões, 12 questões foram de conhecimentos geométricos-algébricos (C2), 09 questões foram de conhecimentos de modelagem matemática de funções de 1º grau (C5), 08 questões foram de conhecimentos de números e operações (C1), 08 questões foram de estatística e probabilidade (C7), 04 questões foram de conhecimentos variação de grandezas e interpretação de gráficos (C4), 02 questões foram de noções de grandezas e medidas (C3) e 02 questões foram de interpretação de gráficos com médias estatísticas (C6).

A matriz de referência do Enem cita os seguintes conhecimentos matemáticos: conhecimentos algébricos – gráficos e funções; funções algébricas de 1º e 2º graus, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas; conhecimentos algébricos e geométricos: plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações.

Os resultados do Enem têm sido utilizados como um parâmetro para o acesso a programas governamentais de auxílio educacional, como o Fundo de Financiamento Estudantil (Fies), e para a seleção de estudantes por instituições de ensino superior tanto públicas quanto privadas no Brasil. Instituições portuguesas com convênio com o Inep também utilizam esses resultados para processos seletivos, facilitando o acesso de estudantes brasileiros à educação superior em Portugal.

É importante notar que, enquanto os resultados individuais dos participantes são divulgados na página do participante, os microdados e sinopses estatísticas são publicados posteriormente pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), oferecendo uma visão mais detalhada e abrangente do desempenho dos estudantes em cada área do conhecimento. Esses dados são fundamentais para a formulação de políticas educacionais e para o aprimoramento contínuo do exame.

No banco de dados do Inep, pode-se verificar também o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). De abrangência nacional, seu principal objetivo é diagnosticar a qualidade da educação básica oferecida nas escolas e permite monitorar o desenvolvimento de ensino no país e subsidiar políticas públicas educacionais mais eficazes.

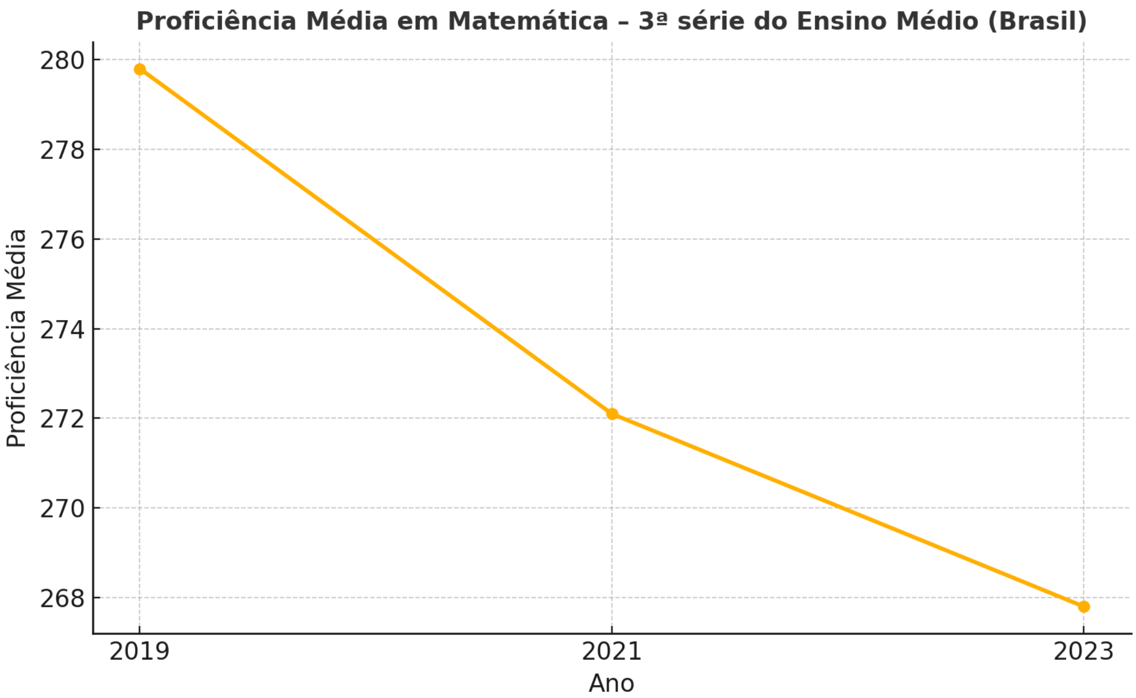
A matriz de referência de Matemática do SAEB para a 3ª série do Ensino Médio inclui habilidades relacionadas à álgebra, tais como:

- D17: Resolver problemas que envolvam variações proporcionais, diretas ou inversas, entre grandezas;

- D18: Identificar a expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela;
- D19: Resolver problemas que envolvam equações polinomiais;
- D23: Analisar o gráfico de uma função polinomial do 1º grau;
- D25: Analisar o gráfico de uma função polinomial do 2º grau.

Os resultados do SAEB indicam que os estudantes brasileiros de 15 a 16 anos estão cerca de três anos atrasados em aprendizagem de matemática em comparação aos alunos de países desenvolvidos. Além disso, apenas 4,4% dos alunos de baixo nível socioeconômico demonstram aprendizado adequado de álgebra, para entender as tendências educacionais e para informar as estratégias de ensino e aprendizagem em matemática. No Gráfico 2, pode-se observar a proficiência média dos dois últimos anos, visto que, em 2020, tivemos impacto da pandemia e tais resultados devem ser cautelosamente considerados.

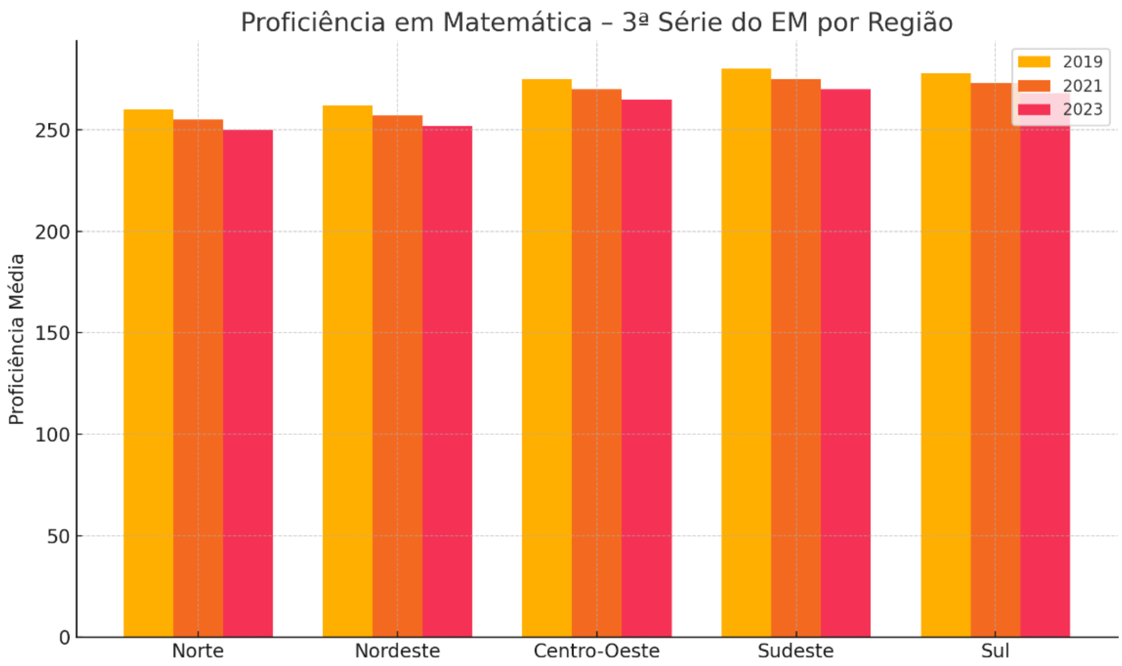
Gráfico 2 – Proficiência Média em Matemática SAEB (2023)



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Uma média abaixo de 270 pontos está apenas no nível 2 de 5, o que significa que o estudo aprofundado de funções e determinar a lei de formação de uma função linear a partir de dados de uma tabela não são habilidades desses alunos. No Gráfico 3, é possível verificarmos uma pequena redução da proficiência média em todas as unidades federativas do Brasil.

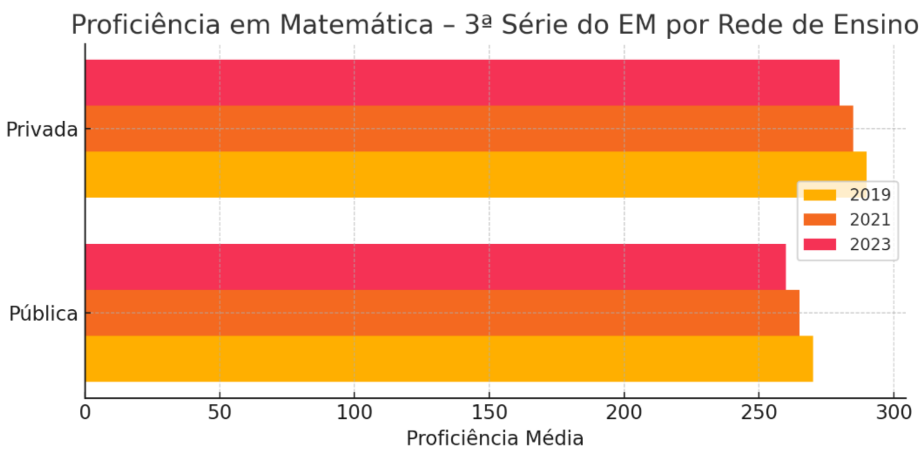
Gráfico 3 – Proficiência Média em Matemática SAEB (2023) por Região



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

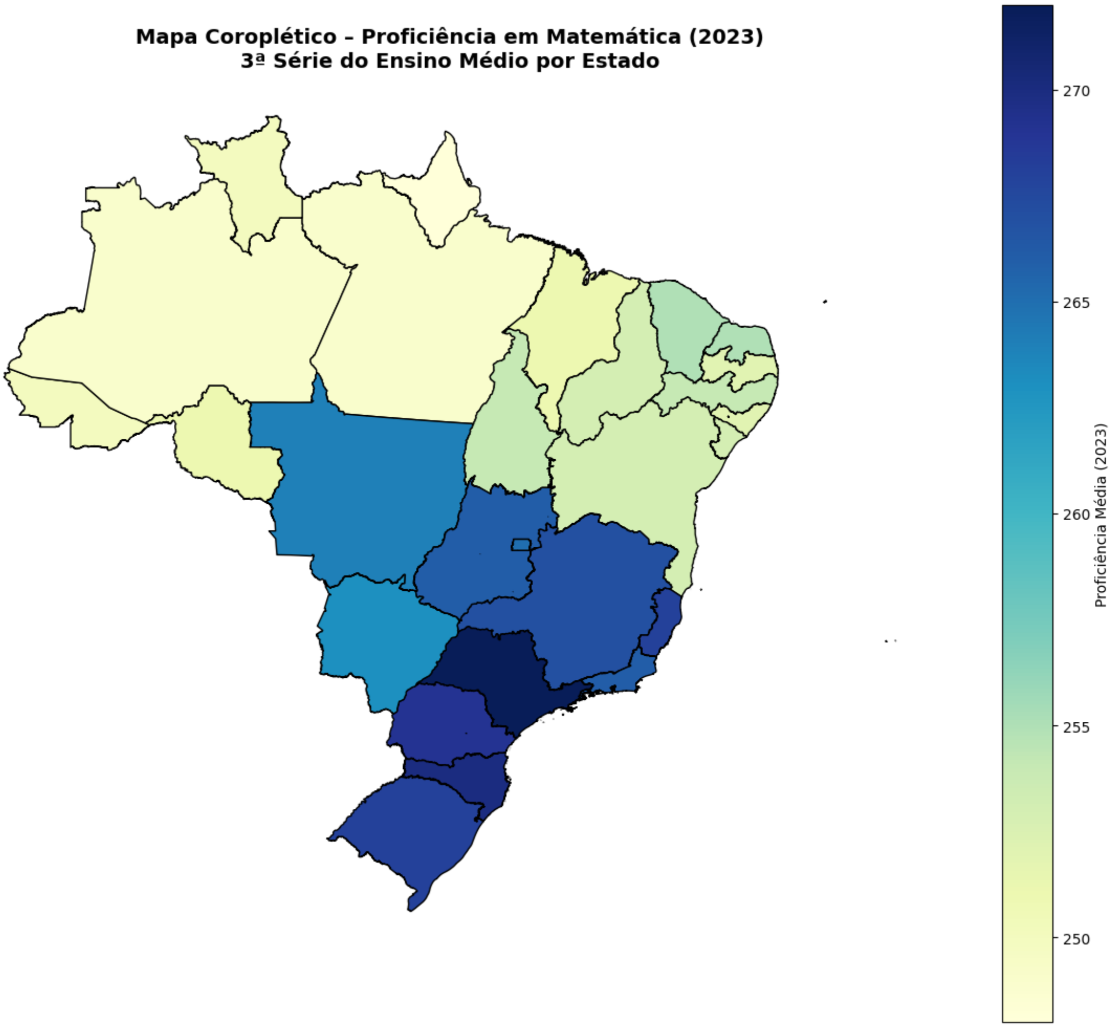
Em termos de rede de ensino, os resultados divulgados de 2023 apresentam similar diferenças entre os últimos três anos, tanto na rede privada quanto pública Gráficos 4 e 5).

Gráfico 4 – Proficiência Média em Matemática SAEB (2023) por Rede de Ensino



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Gráfico 5 – Mapa Coroplético de Proficiência em Matemática SAEB (2023)



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Os resultados de matemática das avaliações de Enem e SAEB não apenas refletem o foco do currículo educacional brasileiro em habilidades matemáticas essenciais, mas também desempenham um papel significativo na orientação da trajetória educacional e profissional dos estudantes brasileiros. É importante mencionar que estes resultados ainda não representam o Novo Ensino Médio.

O objeto de conhecimento desta pesquisa foi escolhido mediante a necessidade de desenvolver o pensamento algébrico no ensino médio, por meio de resolução de problemas do cotidiano via modelamento matemático de funções de 1º e 2º grau, aplicações de funções exponenciais na matemática financeira, parametrização de áreas de figuras planas buscando estratégias de atividades algébricas computacionais.

Nesse sentido, a presente pesquisa levanta a seguinte pergunta norteadora: Como definir uma sequência didática que correlacione o ensino de álgebra com o pensamento algébrico sob a ótica das habilidades exigidas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC)?

Levando em consideração que foi descrito até aqui, ou seja, o problema de aprendizagem no ensino médio, sobre conhecimentos algébricos, especificamente relativos aos símbolos, assim como o conceito de variável, bem como em relação ao pensamento funcional, fica a nossa indagação: seria possível construir esses conhecimentos algébricos relacionados ao pensamento algébrico a partir de uma sequência didática?

Assim, estamos propondo de forma experimental oficinas que possam explorar esses conhecimentos a partir de estratégias de ensino que utilizam as metodologias ativas atreladas às tecnologias digitais de informação e comunicação, por exemplo, o *Escape Room*.

Para tentar responder a nossa pergunta problema apresentamos a seguir os nossos objetivos, gerais e específicos. O objetivo geral foi a partir da sequência didática, compreender como os alunos de ensino médio pensam esses conhecimentos algébricos durante a sua formação. Com essa compreensão, pretendemos como objetivos específicos: 1) identificar os conhecimentos prévios dos alunos relativos à organização hierárquica e interna desses pensamentos; 2) explorar por meio de uma sequência didática os conhecimentos algébricos; 3) construir e validar uma atividade lúdica (*Escape Room*) que possa explorar esses conhecimentos algébricos para alunos do ensino médio.

Durante a pesquisa, foi proposta, como produto educacional, uma sequência didática que envolve tarefas de aprendizagem de pensamento algébrico, cujo material didático foi elaborado para alunos do ensino médio do Colégio Universitário de São Caetano do Sul (USCS), em linha com as competências e habilidades da BNCC, aplicada nas oficinas de matemática durante os anos letivos de 2023 e 2024.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DA PESQUISA

Esta seção possui uma fundamentação histórica sobre a álgebra, as definições do pensamento algébrico e a BNCC, o pensamento algébrico funcional e as relações da álgebra com as visualizações geométricas.

A história da álgebra pode ser comparada a uma rica tapeçaria tecida em várias culturas e épocas, começando por civilizações antigas e evoluindo para o pensamento matemático moderno. Os principais desenvolvimentos incluem as contribuições dos babilônios, gregos e, mais tarde, dos árabes, que preservaram e expandiram o conhecimento anterior.

Os babilônios desenvolveram os primeiros conceitos algébricos, como a resolução de equação quadrática e o uso de tabuinhas cuneiformes para cálculos. O grego Diophantos de Alexandria, considerado o "pai da álgebra", introduziu métodos sistemáticos para resolver equações em seu trabalho *Arithmetica* (Health, 1963).

Os matemáticos árabes, no entanto, desempenharam um papel crucial na formalização da álgebra como disciplina, introduzindo o termo "al-jabr".

Durante o Renascimento houve uma renovação dos estudos algébricos, com figuras como Cardan e Vieta contribuindo significativamente para o campo (Boyer; Merzbach, 2012). A transição para a álgebra moderna envolveu a introdução de variáveis e funções, moldando a educação matemática contemporânea (Bednarz; Kieran; Lee, 1996).

Coelho e Aguiar (2018) descrevem minuciosamente a história da álgebra e seus desdobramentos na educação brasileira. Por meio desse estudo avançado dos autores em questão, é notório observar que conceitos históricos devem aprimorar os métodos de ensino de álgebra. A álgebra deve ser um tema contínuo em todo o ciclo da educação. No entanto, o ensino da álgebra geralmente negligencia o desenvolvimento conceitual e o pensamento algébrico. Maior ênfase na compreensão ao invés de somente técnicas operacionais é recomendado por esses autores.

As origens históricas do pensamento algébrico são apresentadas por Radford (2006). Uma das questões mais centrais abordadas por esse autor é a transição do pensamento aritmético para o algébrico. O autor sugere que o pensamento algébrico surgiu do pensamento proporcional, que forneceu uma maneira mais direta e eficiente de resolver problemas que não eram necessariamente práticos.

Radford (2006) postula que a matemática deve ser vista como uma manifestação da semiótica da cultura na qual é praticada. Essa perspectiva implica que o estudo do simbolismo no pensamento algébrico deve considerar os significados sociais transmitidos por meio das práticas matemáticas.

2.1 O pensamento algébrico

O pensamento algébrico é uma habilidade vital na educação matemática da educação básica, servindo como base para tópicos avançados como cálculo e álgebra linear, e encontra uso prático na vida diária. No entanto, muitos estudantes ainda consideram a álgebra um desafio.

Arcavi (2006) defende que o pensamento algébrico pressupõe a construção de padrões e generalizações, variabilidade, estrutura (compreensão de relações e funções), sendo o principal objetivo a compreensão dos símbolos. Isso requer compreender e utilizar os símbolos matemáticos para representar o problema, modelando com procedimentos formais a fim de obter-se um resultado e interpretá-lo e validá-lo.

Para Lins (1992), pensar algebricamente faz com que o aluno produza significado para objetos algébricos, seja em equações ou inequações, ou quando consegue perceber regularidades ou consegue identificar variáveis e incógnitas.

Almeida (2016), em seus achados científicos de problemas de partilha, conclui que pensar algebricamente requer capacidade de generalização; capacidade de modelamento; capacidade de operar com o desconhecido como se fosse conhecido; construir significados para objetos e entender linguagem simbólica algébrica.

O pensamento algébrico deve ser desenvolvido desde os anos iniciais da educação básica, com as compreensões de números e suas operações até a utilização de uma linguagem mais simbólica para o reconhecimento de padrões e generalizações (Kieran *et al*., 2016).

Tais autores defendem a necessidade do desenvolvimento precoce do pensamento algébrico desde os anos iniciais da educação básica, fundamentando-se no entendimento de que muitos desafios enfrentados por alunos do ensino médio na álgebra decorrem de uma introdução tardia e excessivamente formalizada desse conteúdo, geralmente iniciada a partir do 7º ano do ensino fundamental.

Segundo ainda Kieran *et al*. (2016), quando os conceitos algébricos são abordados exclusivamente em um estágio avançado da escolarização e sem uma conexão prévia com a compreensão numérica básica, os estudantes têm dificuldades significativas em relacionar representações simbólicas abstratas aos conceitos numéricos já internalizados.

A abordagem proposta por Kieran *et al*. (2016) sugere que uma exposição progressiva e contínua ao pensamento algébrico desde os primeiros anos escolares permitiria aos estudantes construir naturalmente um entendimento sólido e significativo da álgebra. Isso ocorre por meio do reconhecimento precoce de padrões, generalizações numéricas e o uso inicial de uma linguagem simbólica simplificada, fortalecendo, assim, as estruturas cognitivas necessárias para compreender conceitos mais avançados posteriormente.

Desta forma, a introdução gradual e integrada da álgebra nos primeiros anos pode minimizar as dificuldades observadas atualmente no ensino médio, promovendo uma transição mais suave e compreensiva entre os conceitos numéricos elementares e os desafios simbólicos complexos próprios do raciocínio algébrico avançado.

Essa forma de pensar envolve o reconhecimento de símbolos, manipulação algébrica à compreensão das relações entre duas ou mais grandezas estudadas em um evento do cotidiano.

Para Kaput (1995), o ensino de álgebra traz possibilidades de os alunos representarem seus raciocínios e generalizações usando suas linguagens naturais, desenhos e gestos, o que pode ou não envolver símbolos nos estágios iniciais de ensino. Esse autor defende a álgebra como importante fenômeno a ser estudado por diversas ciências.

Ainda, para Kaput (1995), a álgebra e seu pensamento possuem as seguintes concepções: generalização e formalização de padrões e restrições; aritmética generalizada e raciocínio quantitativo; manipulação sintética de formalismos; estudo de estruturas abstratas; estudo de funções, relações e variações contínuas; pensamento funcional; álgebra como um sistema de linguagem para a modelagem e representação de fenômenos, como por exemplo, da Física.

Blanton e Kaput (2005) esclarecem o pensamento algébrico como um caminho no qual os alunos materializam os conceitos matemáticos de conjuntos exemplificados e reconhecem generalizações por meio de argumentação de acordo com a sua idade e capacidade cognitiva.

Para desenvolver o pensamento algébrico, os alunos devem compreender e aplicar conceitos matemáticos a situações da vida real. Ao fornecer exemplos concretos e exercícios que mostrem as aplicações práticas da álgebra em áreas como engenharia, física e economia, o aluno vincula ideias algébricas abstratas a questões da vida real, permitindo que apreciem melhor o significado e a aplicabilidade da álgebra na vida cotidiana.

Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) apresenta as possibilidades pedagógicas oferecidas pelas investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico, principalmente em contextos escolares que valorizam a construção ativa do conhecimento pelos alunos. O estudo parte da premissa de que o ensino da álgebra, tradicionalmente marcado pelo formalismo simbólico precoce, pode ser significativamente enriquecido por práticas investigativas que favoreçam a compreensão de ideias fundamentais antes da introdução de notações e regras algébricas rígidas.

Os autores defendem que o pensamento algébrico não deve ser confundido unicamente com a manipulação simbólica de expressões, mas compreendido como a capacidade de reconhecer, representar e generalizar padrões, regularidades e relações. Nesse sentido, a álgebra é concebida como uma linguagem e um modo de pensar que pode ser desenvolvido desde os anos iniciais da escolaridade, por meio de situações significativas e contextualizadas. “Acreditamos que o desenvolvimento do pensamento algébrico pode começar muito antes da introdução formal da álgebra, a partir de atividades que envolvam os alunos em processos de representação, modelagem, análise e generalização” (Fiorentini; Fernandes; Cristóvão, 2005, p. 4).

O artigo apresenta ainda experiências didáticas em que os alunos são desafiados a investigar propriedades numéricas, criar estratégias para resolver problemas e justificar suas conclusões.

Essas práticas visam construir um ambiente de aprendizagem em que o erro seja valorizado como parte do processo investigativo, e o professor atue como mediador e incentivador do raciocínio autônomo. De acordo com Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005, p. 4): “As investigações matemáticas propiciam a emergência de processos de generalização e abstração que estão na base do pensamento algébrico”. Os autores também destacam a importância de uma mudança na postura docente, no sentido de adotar uma abordagem mais investigativa e menos prescritiva.

Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) argumentam que as investigações matemáticas são potentes ferramentas para o desenvolvimento do pensamento algébrico, sobretudo quando colocadas a serviço de uma educação matemática que valorize o sentido, a compreensão e o protagonismo dos estudantes.

2.2 A linguagem algébrica

Fiorentini, Miguel e Miorim (1993) consideram o ensino de álgebra inicialmente sem o formalismo e o rigor de símbolos matemáticos, priorizando a expressão do pensamento. Assim, o pensamento algébrico deve ser estimulado inicialmente mesmo que sem uma linguagem matemática clássica, buscando gradativamente o formalismo.

Segundo esses autores, a primeira concepção de educação algébrica vincula o papel pedagógico da álgebra como instrumento de resolução de problemas à concepção linguístico-semântica-sintática da Matemática. Essa concepção prevê a aquisição de técnicas do transformismo algébrico, ainda que mecânicas, necessárias para que o aluno apresente a capacidade de resolver problemas.

A segunda concepção é a fundamentalista estrutural, de cunho linguístico, onde prevalece a justificativa lógica das passagens do transformismo algébrico, capacitando o aluno a identificar e aplicar as estruturas algébricas em diferentes contextos adjacentes.

A terceira concepção é chamada de fundamentalista analógica, que busca a justificativa em recursos analógicos geométricos e, portanto, visuais. Acredita-se que essa etapa geométrica-visual se constitua como um estágio intermediário à abordagem simbólica-formal.

Fiorentini, Miguel e Miorim (1993) acreditam que o pensamento algébrico só se manifesta e desenvolve por meio de manipulação sintática da linguagem matemática da álgebra. No entanto, a relação de subordinação do pensamento algébrico à linguagem desconsidera que a linguagem é uma expressão de um pensamento. Nesse sentido, os autores acreditam na existência de uma relação de natureza dialética entre o pensamento algébrico e a linguagem, não uma relação de subordinação, que os leva a entender quais seriam os elementos que caracterizam o pensamento como algébrico.

Segundo os autores, os caracterizadores do pensamento algébrico estão na percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em comparação aos que variam, tentativas de explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização.

2.3 BNCC e o pensamento algébrico

Desde a homologação oficial da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) para o ensino médio, a álgebra é uma unidade temática que tem como finalidade a prática de um tipo de pensamento essencial para modelagem matemática na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas, de situações e de estruturas matemáticas.

A BNCC enfatiza a importância do pensamento algébrico na educação matemática, desde as séries iniciais. Esse foco está alinhado com pesquisas a serem apresentadas nesta dissertação, na seção de revisão de escopo, que destacam a necessidade de habilidades fundamentais em álgebra, como pensamento funcional e habilidades de resolução de problemas. O pensamento algébrico é crucial para que os alunos conectem conceitos matemáticos com situações da vida real, aprimorando suas habilidades de raciocínio (Brasil, 2018).

Os principais conceitos matemáticos vinculados a essa unidade temática abrangem equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Essencialmente, essa unidade temática destaca o uso de um vocabulário especializado, o estabelecimento de princípios abrangentes, o exame das relações entre quantidades e a resolução de desafios usando equações ou inequações.

> Os estudantes têm também a oportunidade de desenvolver o pensamento algébrico, tendo em vista as demandas para identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la, utilizando diferentes escritas algébricas, além de resolver situações-problema por meio de equações e inequações (Brasil, 2018).

O pensamento algébrico está intrinsecamente relacionado às habilidades da matemática do ensino médio, dentre elas: a interpretação crítica de situações econômicas, sociais e fatos referentes à ciências da natureza; a construção de modelos de funções polinomiais; a investigação de conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis, incluindo, quando apropriado, a representação de uma reta para descrever a relação observadas; investigação de relações entre números, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é uma função de 1º grau e representá-la no plano cartesiano. Similar habilidade de investigação e identificação de padrões também é citada para função quadrática.

2.4 O pensamento algébrico funcional

O pensamento algébrico funcional envolve a compreensão das relações entre quantidades por meio de funções, a utilização de representações gráficas e o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas ao longo do tempo, conforme observado nos processos de aprendizagem dos alunos. Compreende como as relações entre quantidades mudam, enfatizando o uso de funções para modelar e analisar situações matemáticas. Engloba entender e expressar relações entre variáveis, generalizar padrões e aplicar representações matemáticas para analisar e resolver problemas relacionados a funções.

O pensamento algébrico funcional se refere aos processos cognitivos envolvidos na compreensão e manipulação de funções em contextos algébricos. Esse conceito é fundamental tanto na programação quanto na educação matemática, enfatizando o papel das funções como centrais para a resolução de problemas e o raciocínio.

A programação funcional trata a computação como a avaliação de funções matemáticas, contrastando com a programação imperativa ao focar em expressões funcionais. A álgebra de programas funcionais permite a construção de programas livres de variáveis usando formas combinadas e definições recursivas, promovendo uma estrutura hierárquica clara no design do programa.

O papel das funções no desenvolvimento do raciocínio algébrico é essencial. As funções servem como uma ponte entre a aritmética e a álgebra, facilitando a transição dos alunos para um raciocínio mais abstrato.

Schmittau (2005) descreve pela teoria de Vygotsky que dominar funções leva a níveis mais altos de abstração, transformando a compreensão dos alunos da aritmética para a álgebra. O uso de ferramentas semióticas, como esquemas, é crucial nessa transição, enfatizando a importância das funções no pensamento algébrico.

Os estudantes desenvolvem o pensamento algébrico por meio de interações com funções, onde a incorporação e o uso de símbolos evoluem durante as atividades de padronização. Esse envolvimento com funções aprimora seus processos cognitivos, vinculando ações físicas a conceitos abstratos (Radford, 2012).

O uso da tecnologia gráfica, sobretudo de softwares dinâmicos, permite que os alunos visualizem relacionamentos, o que facilita a compreensão das funções e melhora as capacidades de resolução de problemas.

2.5 A relação da álgebra e a visualização geométrica

A visualização geométrica é útil para calcular área e volume, nas aplicações numéricas de teoremas relacionados à proporcionalidade envolvendo grupos de retas paralelas cruzadas por linhas secantes ou pelo teorema de Pitágoras.

O conceito de áreas iguais, praticado pelos mesopotâmicos e gregos antigos há muitos séculos, sem o uso de fórmulas, permite a conversão de qualquer área poligonal bidimensional em um quadrado com uma área equivalente (chamada de “quadratura de uma figura” pelos gregos).

Al-Khwarizmi utilizou uma técnica geométrica para a resolução de equações quadráticas, diferente da fórmula resolutiva do matemático hindu Bhaskara.

Essa técnica também permite a resolução de problemas com uma abordagem geométrica que busca a modelagem matemática. As representações servem para comprovar raízes de números positivos e quantificar vários aspectos do mundo físico essenciais para compreender a natureza da realidade.

As visualizações geométricas e o raciocínio algébrico desempenham papéis cruciais na educação matemática. Ao compreender e utilizar interpretações geométricas, os alunos desenvolvem uma compreensão mais profunda dos conceitos algébricos e melhoram a capacidade de raciocinar matematicamente.

Eles podem fazer conexões entre formas geométricas e expressões algébricas, permitindo-lhes visualizar e manipular equações complexas. Essa integração de geometria e álgebra proporciona uma abordagem mais significativa e útil para a aprendizagem da matemática, preenchendo a lacuna entre os símbolos abstratos e as aplicações do mundo real.

Ao incorporar interpretações geométricas no seu raciocínio algébrico, os alunos desenvolvem uma compreensão mais holística da matemática e visualizam a relevância da álgebra na sua vida cotidiana.

O uso de interpretações geométricas pode apoiar o raciocínio gráfico dos alunos e ajudá-los a avaliar corretamente as afirmações.

Um aspecto poderoso da visualização geométrica é a capacidade de ver padrões e relações entre diferentes objetos geométricos. Quando os alunos são capazes de representar visualmente conceitos geométricos, eles podem identificar mais facilmente simetrias, transformações e outros padrões que podem não ser tão óbvios quando trabalham apenas com expressões algébricas. Essa abordagem visual para a compreensão dos padrões geométricos pode fornecer insights que levam a novas descobertas e a uma apreciação mais profunda da interconexão dos conceitos matemáticos.

Por meio da visualização geométrica, os alunos podem perceber uma progressão aritmética, explorar a relação entre os lados e ângulos de diferentes polígonos, descobrir a propriedade da soma dos ângulos internos, as relações entre ângulos correspondentes em formas semelhantes e as propriedades de tipos especiais de polígonos, como polígonos regulares. Essas descobertas não só melhoram a compreensão da geometria pelos alunos, mas também reforçam o seu raciocínio algébrico, fornecendo exemplos concretos de padrões geométricos que podem ser descritos e analisados utilizando métodos algébricos.

A incorporação de atividades que incentivam os alunos a explorar padrões geométricos através da representação visual pode enriquecer enormemente a sua experiência de resolução de problemas e solidificar a sua compreensão tanto da geometria quanto da álgebra.

A utilização de padrões geométricos como ferramenta pedagógica tem se mostrado uma estratégia eficaz para fomentar o desenvolvimento do pensamento algébrico, especialmente quando associada à representação visual. A articulação entre geometria e álgebra, mediada por situações que envolvem padrões e regularidades, oferece aos alunos uma oportunidade concreta de transitar entre diferentes registros de representação, favorecendo tanto a compreensão conceitual quanto a habilidade de generalização.

Explorar padrões visuais, como sequências de figuras ou arranjos geométricos progressivos, permite aos estudantes identificar regularidades e formular conjecturas com base na observação e na manipulação de imagens. Ao tentar descrever essas regularidades por meio de expressões verbais, tabelas ou expressões algébricas, os alunos são levados a estabelecer conexões entre diferentes domínios matemáticos.

Esse processo não apenas fortalece o raciocínio lógico, mas também prepara o terreno para o entendimento mais formal da álgebra.

Segundo Carvalho (2013, p. 32), "a exploração de padrões visuais permite que o aluno perceba estruturas subjacentes às sequências e relacione essas estruturas com expressões algébricas que as representam, promovendo um aprendizado mais significativo e conceitual da álgebra". Essa perspectiva reforça a importância de inserir atividades visuais e investigativas no currículo escolar desde os anos iniciais. D'Ambrosio (1996) também destaca que a valorização de múltiplas representações e do contexto cultural contribui para tornar a matemática mais acessível, relevante e conectada à realidade dos estudantes.

Do ponto de vista didático, essas atividades promovem um ambiente de aprendizagem ativo e investigativo, no qual o erro é entendido como parte do processo de descoberta. Além disso, ao valorizar a representação visual, amplia-se o repertório semiótico do aluno, permitindo que ele mobilize diferentes formas de linguagem matemática para resolver problemas e justificar suas respostas.

Assim, existe uma relação entre os conhecimentos algébricos e as visualizações geométricas, os quais auxiliam-se mutuamente a transpor dificuldades de ensino na matemática.

Habilidades do ensino médio exigem um saber abstrato de matemática. A partir do momento que o aluno atinge um grau necessário de abstração para efetuar operações polinomiais – a exemplo de operações de fatoração simples e produtos notáveis para a resolução de equações polinomiais de funções estudadas durante o ensino médio – utiliza conhecimentos na resolução de problemas mais complexos.

A álgebra estuda as estruturas algébricas, como os números, as variáveis, as expressões, as equações e as funções. A álgebra requer abstração e utiliza a decomposição como uma ferramenta para simplificar expressões ou resolver equações. Como exemplo, para resolver uma equação quadrática $x^2 - 5x + 6 = 0$, além de o aluno utilizar a fórmula resolutiva de uma equação de 2º grau, pode-se fatorar a equação $x^2 - 5x + 6 = 0$ em $(x - 2).(x - 3) = 0$ e depois aplicar a propriedade do produto nulo1. Outro exemplo prático de decomposição na álgebra é quando o aluno utiliza o método de fatoração para encontrar os divisores de um número ou ainda quando emprega a decomposição na divisão de um número natural.

[1] A resolução de equações quadráticas por meio de fatoração foi uma das estratégias utilizadas durante as seis reformas de ensino da educação matemática em Portugal nos últimos trinta anos.

Devido à crescente necessidade de proficiência de álgebra e matemática, o tema ganha relevância, pois todos os cidadãos necessitam de conhecimentos algébricos e da capacidade do pensar algebricamente. Essa capacidade do pensamento algébrico deve ser estimulada com aprendizagem significativa.

2.6 Aprendizagem significativa

Esta seção descreve o principal motivo da escolha da teoria da aprendizagem significativa para o objeto de pesquisa do pensamento algébrico e inicia-se com as competências específicas da Matemática da BNCC do Ensino Médio.

A competência específica 4 da disciplina de Matemática retrata:

> Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional, etc.) na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático (Brasil, 2018, p. 106).

No trecho de habilidades vinculadas a essa competência, tem-se:

> Ao conseguirem utilizar as representações matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa a capacidade de resolver problemas. (Brasil, 2018, p. 106).

A BNCC cita ainda a palavra significativa 19 vezes, sendo que em 2 vezes está atrelada diretamente à aprendizagem significativa.

A aprendizagem significativa com contextualização de ensino e o protagonismo estudantil valorizando os conhecimentos prévios dos alunos é a base da Teoria Construtivista Ausubeliana, justificando assim a escolha dessa concepção de aprendizagem correlacionada na BNCC.

A aprendizagem significativa é o conceito central da teoria da aprendizagem de David Ausubel. A concepção de aprendizagem de Ausubel segue uma linha construtivista cujo enfoque é o aluno, seus conhecimentos prévios e sua motivação para aprender.

Ausubel publicou seus primeiros estudos sobre a teoria da aprendizagem significativa em 1963 (*The Psychology of Meaningful Verbal Learning*) e continuou a desenvolvê-la nas décadas de 1960 e 1970. No final da década de 1970, Joseph Novak começou a contribuir para essa teoria, encarregando-se progressivamente de refiná-la e divulgá-la. Com a contribuição de Novak, a teoria da aprendizagem significativa evoluiu, mudando o enfoque do modelo estímulo→ resposta→ reforço positivo para o modelo aprendizagem significativa→ mudança conceitual→ construtivismo.

A aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, sendo essa interação não literal e não arbitrária. A todo conhecimento específico que permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou descoberto, dá-se o nome de subsunçor (Moreira, 2011a).

Diferente da aprendizagem mecânica, onde o esquecimento é rápido, a aprendizagem significativa preconiza que o conhecimento não é esquecido totalmente, está dentro do subsunçor como resíduo e deverá usado durante uma situação nova ou reaprendizagem, com maior retenção do que a aprendizagem tradicional.

O ensino eficaz possui análise de questões do mundo real e possibilita a estruturação de estratégias matemáticas com o fornecimento de soluções corretas bem como o feedback sustentado em um ambiente de sala com uma cultura de respeito mútuo.

Dessa maneira, o significado, a interação e o conhecimento estão subjacentes à linguagem e tornam-se a predisposição para aprender, conceito-chave para a aprendizagem significativa (Moreira, 2011a).

Um segundo pilar da teoria da aprendizagem significativa é que o sujeito, quando aprende, tem diferenciação progressiva e, ao mesmo tempo, uma reconciliação integradora entre os novos conhecimentos e os conhecimentos prévios já existentes. Na diferenciação progressiva, as ideias mais gerais e mais inclusivas da álgebra devem ser apresentadas no início para, depois. serem progressivamente diferenciadas.

O ensino deve iniciar com os aspectos mais gerais, mais inclusivos, mais organizadores do conteúdo e então, progressivamente, diferenciá-los, o que permite os processos de diferenciação progressiva e reconciliação integradora acontecerem ao mesmo tempo durante o ensino e a aprendizagem.

São duas as condições para a aprendizagem significativa: o material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo e o aprendiz deve apresentar predisposição para aprender. No entanto, se o conteúdo didático é seguido linearmente, sem idas e voltas, ou seja, sem os processos de diferenciação progressiva e reconciliação integradora, cumprindo conteúdos não interligados, há possibilidade de uma aprendizagem meramente mecânica.

A teoria da aprendizagem significativa baseia-se na ideia de que os alunos constroem ativamente o conhecimento, conectando novas informações aos seus conhecimentos e experiências anteriores. O autor propôs um modelo esquemático de subsunção para explicar o processo de aprendizagem significativa. O esquema de subsunção consiste em quatro tipos de processos significativos: subsunção derivada, subsunção correlativa, aprendizagem superordenada e aprendizagem combinatória.

A subsunção derivada refere-se ao processo de aquisição de novos conceitos ou ideias que são incluídos em conceitos existentes na estrutura cognitiva do aluno. Por exemplo, se um aluno já entende o conceito de função e aprende sobre diferentes tipos de equações de 1º e 2º grau, este seria um exemplo de subsunção derivada. A subsunção correlativa, por outro lado, envolve conectar novas informações a conceitos existentes que estão relacionados, mas não subsumidos entre si. Por exemplo, se um aluno aprende sobre o conceito de operações com matrizes na álgebra linear e depois o conecta ao conceito de criptografia, este seria um exemplo de subsunção correlativa.

A aprendizagem superordenada envolve a integração de novas informações em um conceito ou categoria de nível superior na estrutura cognitiva do aluno. Por exemplo, se um aluno já entende o conceito de função de 1º grau e aprende sobre a função de 2º grau e maneiras diferentes de encontrar as raízes da equação quadrática, tais como a fórmula resolutiva de equação do 2º grau, fatoração e o método de completar o quadrado, este seria um exemplo de aprendizagem superordenada.

A aprendizagem combinatória, o quarto tipo de processo significativo, refere-se à integração de múltiplos conceitos ou ideias numa compreensão nova e mais complexa. Por exemplo, se um aluno aprende sobre o conceito de gravidade, movimento e força e depois combina esses conceitos para compreender os princípios das leis do movimento de Newton, este seria um exemplo de aprendizagem combinatória. A teoria da aprendizagem significativa enfatiza a importância de conectar novas informações ao conhecimento prévio, a fim de facilitar a compreensão e a retenção.

Encontrar um significado comum, interagir e reconstruir um conhecimento é essencial para os indivíduos compartilharem suas realidades e se adaptarem aos novos conhecimentos que adquirem significados na ancoragem interativa de conhecimentos prévios especificamente relevantes (Moreira, 2011a).

2.7 Aprendizagem significativa crítica

A aprendizagem significativa crítica é uma abordagem antropológica que possibilita ao indivíduo integrar-se a uma cultura enquanto permanece, simultaneamente, independente dela. Com isso, o sujeito é capaz de lidar de maneira construtiva com as mudanças, sem ser dominado por elas, gerenciar a informação sem sentir-se sobrecarregado pela sua vasta disponibilidade e rápida circulação, e utilizar e desenvolver a tecnologia sem tornar-se um entusiasta excessivo.

Essa abordagem decorre da aprendizagem significativa, pois visa integrar o novo conhecimento ao que já sabemos, e também incentivar uma postura crítica e reflexiva.

As características essenciais da aprendizagem significativa crítica incluem: conexão com o conhecimento prévio (assim como na aprendizagem significativa tradicional, conectar o novo conhecimento ao que já se sabe é crucial, no entanto, na abordagem crítica, essa conexão é ampliada para incluir uma análise mais profunda e questionadora); relevância pessoal (a aprendizagem deve ser pertinente para o estudante, não apenas em termos de conteúdo, mas também em relação aos contextos sociais, culturais e políticos em que ele está inserido); construção ativa do entendimento (os estudantes não são apenas receptores de informações, devendo ser ativos na construção de seu próprio entendimento, questionando, debatendo e refletindo sobre o que estão aprendendo); relacionamento com conceitos já conhecidos (além de relacionar o novo conhecimento ao que já se sabe, a aprendizagem significativa crítica também envolve a análise crítica desses conceitos, considerando diferentes perspectivas e contextos); aplicação prática do conhecimento (os estudantes devem ser capazes de aplicar o conhecimento adquirido em situações cotidianas, resolvendo problemas reais e contribuindo para a sociedade); reflexão e pensamento crítico (a aprendizagem significativa crítica incentiva a reflexão constante e a aplicação do pensamento crítico). Portanto, os alunos são encorajados a questionar, analisar e avaliar informações de forma independente.

Consideremos um exemplo de aprendizagem significativa crítica na área do pensamento algébrico. Imaginemos uma turma de estudantes do ensino médio que está aprendendo sobre conceitos introdutórios do que é uma função. Em vez de apenas memorizar setas e diagramas de Venn, os alunos são incentivados a adotar uma abordagem crítica e reflexiva ao procurar identificar padrões algébricos, o que facilitará a compreensão dos gráficos no plano cartesiano.

Os alunos começam discutindo suas próprias experiências e conhecimentos prévios relacionados aos padrões. Eles compartilham histórias sobre jogos com palitos, tabuleiros e participam de atividades de brainstorming[2]. Essa discussão inicial ajuda a conectar o novo conteúdo (gráficos de funções) com o que eles já sabem e vivenciam.

A seguir, exploram como as relações entre conjuntos referem-se ao conceito de uma função ou não. Eles investigam questões como a influência de um coeficiente afeta o padrão, a relação de uma variável com a outra em cada par ordenado. Eles também discutem como suas ideias individuais podem contribuir para a solução do problema.

Em vez de apenas receber apenas informações dos professores, os alunos opinam e debatem. Eles analisam os dados disponibilizados por meio de diagrama de Venn, tentando encontrar a generalização e escrever a expressão algébrica que explica o padrão observado. Eles são incentivados a pensar algebricamente e formular perguntas, como: “Como os números se relacionam?” ou “Como a variação pode me ajudar a construir o gráfico?”.

A partir desse protagonismo, os alunos não apenas aprendem sobre expressar funções como as construções de gráfico, mas também exploram diferentes perspectivas. Eles debatem sobre a matemática na natureza, na arquitetura, considerando visões científicas, econômicas e sociais. Eles podem até questionar a validade de certas fontes de informação e avaliar a confiabilidade dos dados.

Em atividades lúdicas, como jogos colaborativos, eles são desafiados a aplicar o que aprenderam e a trabalhar em grupos. Criam projetos de algoritmos, participar de maratonas de programação ou propor aplicativos para problemas locais.

---

[2] O brainstorming, ou tempestade de ideias, é uma técnica criativa utilizada para gerar um grande número de ideias ou soluções para um problema específico em um curto período de tempo. Durante uma sessão de brainstorming, um grupo de pessoas é encorajado a compartilhar espontaneamente suas ideias sem medo de críticas ou julgamentos. O objetivo é fomentar um ambiente aberto e livre, onde a quantidade de ideias é valorizada mais do que a qualidade inicial, permitindo que pensamentos inusitados ou inovadores possam surgir e ser explorados posteriormente.

Com reflexão e pensamento crítico, os alunos refletem sobre seu próprio papel como cidadãos responsáveis. Eles consideram como suas escolhas diárias impactam a sociedade e como podem influenciar mudanças positivas. Eles também debatem questões éticas, como a justiça climática e a distribuição desigual dos impactos das mudanças climáticas.

Desta maneira, a aprendizagem significativa crítica nesse contexto envolve não apenas adquirir conhecimento, mas também questionar, debater, aplicar e refletir sobre questões ambientais de forma ativa e consciente. Essa abordagem ajuda os alunos a se tornarem cidadãos informados e engajados em questões globais.

3 PROCEDIMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

A metodologia da pesquisa da presente dissertação está dividida em duas partes: a revisão de escopo e o projeto experimental ou *design experiment*.

Na primeira parte da metodologia da pesquisa, foi realizada uma revisão de escopo. Ferauche e Brito (2024) observam os desafios e as estratégias no ensino e na aprendizagem do pensamento algébrico no ensino médio (publicado).

A revisão de escopo é revisão feita com um tema amplo, em desenvolvimento e sobre o qual é importante um mapeamento dos conhecimentos científicos mais recentes.

3.1 A revisão de escopo

A revisão de escopo é um exame abrangente da literatura existente em um campo, com o objetivo de mapear a amplitude e a profundidade das evidências disponíveis, identificando as possíveis lacunas (Arksey; O'Malley, 2005).

O modelo sistemático de revisão de escopo e meta-análises foi baseado no protocolo estruturado de 2020 (Prisma-P 2020). O protocolo é um plano de ação de itens estruturados e preparados para reportar os resultados (Page *et al.*, 2020).

O protocolo não foi feito em plataforma on-line ou em nenhuma base de dados. Os itens protocolados estão disponíveis com o autor.

Como critérios de elegibilidade, a revisão de escopo contemplou artigos, dissertações e teses publicados a partir de 2014, portanto, com um período de dez anos de publicações científicas acadêmicas, com o intuito de verificar as produções científicas sobre as práticas pedagógicas, tarefas de aprendizagem, sequências didáticas, discussão e resultados obtidos.

Como critério de exclusão, as produções científicas que não tratam de ensino médio ou tratam de pesquisas científicas estrangeiras, ou seja, artigos, dissertações ou teses internacionais não foram incluídos na revisão de escopo, pois as habilidadese as competências presentes na BNCC são específicas para o período do ensino médio brasileiro.

Os conteúdos de aprendizagem expressam o que se deve aprender e, além de capacidades cognitivas, devem incluir o desenvolvimento de diferentes tipos de capacidades, como as capacidades afetivas, de relação interpessoal e de inserção social (Zabala, 2010).

Uma vez que o contexto social do ensino médio brasileiro difere de outros países, foram consideradas apenas produções científicas nacionais. Documentos sem o link de redirecionamento de navegação eletrônica também foram excluídos da revisão.

As duas bases iniciais de dados selecionadas foram: Google Acadêmico e Scopus, ambas otimizadas por meio do Software Harzing's Publish or Perish (Windows GUI Edition) versão 8.12.4612.8838 (2024.03.12.1321).

Posteriormente, uma terceira base escolhida foi a base dos Periódicos da CAPES, com acesso realizado via Universidade Municipal de São Caetano do Sul. O motivo da escolha dessa terceira base se deu em virtude dos poucos resultados encontrados nas bases do Google Acadêmico e na base Scopus.

As palavras-chave utilizadas para a busca nas bases de dados foram: "pensamento algébrico" e "ensino médio". A pesquisa foi realizada de 10 de junho de 2024 a 10 de agosto de 2024 e como filtro de busca foram selecionados os cinquenta primeiros resultados para as bases Google Acadêmico e Scopus.

O software Harzing's Publish or Perish permite a saída e a exportação de dados por meio de arquivos de extensão reconhecidos para planilha eletrônica. A seguir, os Quadros 1 e 2 representam a organização de um ranqueamento com o critério de número de citações do artigo, dissertação ou tese.

Quadro 1 – Lista de artigos na base Google Acadêmico

Citações	**Autores**	**Título**
28	FU Coelho, M Aguiar	A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino.
17	M Aguiar	O percurso da didatização do pensamento algébrico no ensino fundamental: uma análise a partir da transposição didática e da teoria antropológica do didático.

Citações	Autores	Título
17	E.L. Becher	Características do pensamento algébrico de estudantes do 1º ano do ensino médio.
5	I.F. de Azevedo, M. de Azevedo Silva	Objetos de aprendizagem que abordam o pensamento algébrico nos anos iniciais: uma proposta para o ensino de sequências e padrões.
4	R. Theodorovski	Padrões e o trabalho com sequências recursivas: uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico.
4	A.A. Da Silva, B.L.Bianchini	Teses brasileiras relacionadas ao pensamento algébrico no período entre 2011 e 2018
4	M.Z. Marães, M.L. Panossian	Situações desencadeadoras de aprendizagem para introdução de conteúdo algébrico.
3	S.M. Lacerda, N. Gil	Desenvolvimento do pensamento algébrico e estudo de padrões e regularidades com crianças: perscrutando possibilidades para educação infantil e anos.

Citações	Autores	Título
2	M.G.S. Abreu, M. Megid	Pensamento algébrico: uma discussão com futuras professoras.
2	C. Groenwald	O pensamento aritmético e pensamento algébrico no ensino fundamental.
2	R. Duda	Uso da plataforma App Inventor sob a ótica construcionista como estratégia para estimular o pensamento algébrico
1	J.B. Mescouto	[…] exploratório-investigativas para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais: uma experiência para se pensar a relação ensino-aprendizagem […]
1	A.A. Silva	[…] e quais conhecimentos os docentes devem mobilizar em suas práticas de forma a oportunizar o desenvolvimento do pensamento algébrico no Ensino Fundamental […]
0	F.A.M. da Silva, C. Groenwald	Sequência didática como estratégia para o desenvolvimento do pensamento algébrico no 9º ano do ensino fundamental.

Citações	Autores	Título
0	L.G. Moulin	Pensamento algébrico e materiais manipuláveis: uma proposta de sequência didática para os anos iniciais do ensino fundamental.
0	J.H. Gualandi, D.O. da Fonseca, M.R. Soares	Trabalhando com a “torre de Hanói”: uma proposta de sequência didática para o desenvolvimento do pensamento algébrico.
0	AP Marques	Desenvolvimento do pensamento algébrico: construindo significados para conteúdos de Álgebra dos anos finais do Ensino Fundamental.
0	A. Vaccari D.M. Gregório Martins, A.M.	Uma investigação sobre pensamento algébrico, raciocínio dedutivo e indutivo com estudantes do ensino médio.
0	M.A. de Oliveira, J.R. Melo	O pensamento algébrico e suas interrelações com os pensamentos geométrico, aritmético e numérico.
0	M. Ferrin	Introdução ao Pensamento Algébrico com alunos do 6º ano a partir deuma trajetória de ensino e aprendizagem.

Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Quadro 2 – Lista de produções acadêmicas na base Scopus

Citações	Autores	Título
1	V.D. Moretti	Theoretical Generalization and the Development of Algebraic Thinking: contributions to Early Years' teacher Education
1	F.U. Coelho	A história da álgebra e o pensamento algébrico: Correlações com o ensino
0	C.B. da Silva Melo	Development of Algebraic Thinking in Elementary School: An Analysis from Design-Based Research
0	Y. Acosta	Modes of algebraic thinking in Early Childhood Education: effects of a teaching itinerary of repetition Patterns
0	K.G. Moreira	The intertwining of the students' algebraic thinking development and the teacher's professional constitution: Revelations of the pedagogical narrative of a teacher-Researcher
0	R. da Silva Dessbesel	Mediation in Mathematics Teaching and learning in Deaf Education: Algebraic Thinking

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Na base de dados dos Periódicos CAPES, foi realizada uma organização de dados de forma manual, pois não houve integração ou uso do software anteriormente citado e não foi encontrada uma possibilidade de exportação de resultados em formato de arquivos de extensão compatíveis com planilhas eletrônicas. O Quadro 3 representa a organização manual realizada de acordo com o ranqueamento definido pelo algoritmo da base de dados. Os resultados não possuem índice h[3] que simboliza o número de artigos, dissertações ou teses mais citadas.

Quadro 3 – Lista de artigos na base Periódicos CAPES

Autores	Título
Oliveira Groenwald, C. L.; Becher, E. L.	Características do pensamento algébrico de estudantes do 1º ano do ensino médio.
Oliveira Groenwald, C. L.; Becher, E. L.	Características do pensamento algébrico de estudantes do ensino médio com equações do 1º grau.
Oliveira Groenwald, C. L.; Becher, E. L.	Características do pensamento algébrico de estudantes do 1º ano do ensino médio.
Vaccari, A; Gregorio, D.M.; Martins, M.A.	Uma investigação sobre pensamento algébrico, raciocínio dedutivo e indutivo com estudantes do ensino médio.
Silva, L.	O estudo de equações polinomiais: uma experiência de ensino-aprendizagem com proposição de problemas.
Perez, E. P.Z.	Alunos do ensino médio e a generalização de padrão.
Favero, D.; Manrique, A. L.	As mudanças geradas pela base nacional comum curricular na abordagem do pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental.
Daminelli, E.	Conhecimento matemático dos estudantes que ingressam no ensino médio: identificação das dificuldades e proposta de ensino para superá-las.
Da Silva, J. J., Da Silva, J. R., & Silva, L. B. De L.	O ensino de álgebra a partir da modelagem matemática: discussões entre a generalização e o pensamento algébrico.
Paulovich, L.	Um estudo sobre formação de conceitos algébricos.
Hamazaki, A.C.	Análise da situação de aprendizagem sobre equações e inequações logarítmicas apresentada no caderno do professor de 2009 do estado de São Paulo.
Sobrinho, A.T.; Soares, M.A.	Ensino e aprendizagem de conceitos algébricos com softwares: um panorama a partir de produções acadêmicas.
Da Silva, S. C. R; Duda, R.	Potencial da elaboração de aplicativos na contextualização do uso da simbologia algébrica no ensino médio.
Silva, A.C	O desenvolvimento do pensamento algébrico por meio do ensino de padrões em uma perspectiva problematizadora.
Theodorovski, R.; DeOliveira, F.N.	Padrões e o trabalho com sequências recursivas:uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico.

[3] Índice h representa uma maneira de quantificação da produtividade e do impacto das produções científicas, sendo uma relação entre o número de artigos publicados e o número de vezes na qual o(s) autor(es) são citados.

Autores	Título
Silva, E. N.; Lima, A. C. S.; De Oliveira, T. S. P.	Estudo da álgebra.
Vieira, L.B.	Implicações pedagógicas do lúdico para o ensino eaprendizagem da álgebra.
Bernardino, A.; Floriano, C.; Uggioni, E.	O ensino de matrizes no 2º ano do ensino médio: possibilidades e desafios.
Landgraf, A.S.; Justulin, A. M.	Pensamento algébrico e resolução de problemas:possibilidades na formação de professores.
Ferreira, D.; Das Virgens,W. P.	Em busca da superação de defasagens de aprendizagem durante a atividade de ensino de matemática.

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

No primeiro momento, os critérios de elegibilidade foram aplicados aos metadados das produções acadêmicas científicas (título e resumo), cujas palavras-chave de ensino médio em título e no resumo, foram citadas, todavia, como não traziam contextos de ensino médio no corpo textual da produção científica, foram adicionados aos critérios de exclusão. Documentos com link de redirecionamento interrompidos, mas com aderência aos critérios de elegibilidade, foram analisados no caso de estarem disponíveis à rede de internet.

No segundo momento, foram pré-selecionados e lidos na íntegra todos os artigos com aderência aos critérios de elegibilidade e possíveis divergências alinhadas e discutidas com o orientador da pesquisa.

A pesquisa encontrou produções científicas por tipo de ensino, propostas de tarefas de aprendizagem e trabalhos fundamentados em teorias de aprendizagem. Foi observada uma quantidade menor de trabalhos com formação de professores.

Na base de dados do Google Acadêmico, dos 50 trabalhos científicos, 13 tratam de anos iniciais do ensino fundamental, 16 tratam dos anos finais do ensino fundamental, 6 tratam de ensino médio, 2 tratam de educação de jovens e adultos na categoria fundamental, 4 tratam de formação continuada de professores e 3 trabalhos são de mapeamento. Uma produção científica foi excluída por estender-se em modelo educacional estrangeiro e as demais foram excluídas, pois não têm link válido de redirecionamento de acesso.

Desses 50 trabalhos científicos, apenas 9 trabalhos foram pré-selecionados de acordo com os critérios de elegibilidade. Dos 9 pré-selecionados, 3 produções acadêmicas tratam de mapeamento de pesquisa bibliográfica, 1 artigo trata de história da álgebra e seus desdobramentos na educação básica e 5 tratam de pensamento algébrico no ensino médio (3 pesquisas de campo intervencionistas e 2 pesquisas documentais).

Dessas 5 produções científicas que atenderam aos critérios de elegibilidade, 1 pesquisa de campo cita a prática didática de Van de Walle (2009). Nenhuma das 5 produções acadêmicas científicas tratou reflexões pedagógicas de tarefas de aprendizagem ou trabalhos de pesquisa com formação de professores.

O Quadro 4 demonstra a segunda etapa de revisão e leitura na íntegra das produções acadêmicas.

Quadro 4 – Artigos pré-selecionados na base Google Acadêmico

Citações	Ano	Autor(es)	Nível Educação	UF	Metodologia	Tema(s)
28	2018	F.U. Coelho M. Aguiar	Educação Básica E. Superior	SP	Pesquisa Bibliográfica	História da álgebra
4	2014	R. Theodorovski	E. Fund. II Ensino Médio	PR	Pesquisa documental	Análise de livros didáticos sobre sequência recursiva
4	2020	A.A. Da Silva B.L. Bianchini	Educação Básica	SP	Pesquisa Bibliográfica	Mapeamento de teses de 2011 a 2018
0	2016	A.C. Silva	Ensino Médio	PB	Pesquisa de campo	Dinâmica de aprendizagem de Van de Walle (2009)
0	2021	V. R. Ferreira	Ensino Médio	AM	Pesquisa de campo	Planificação de prismas
0	2014	J.R. de Almeida	Educação Básica	PE	Pesquisa Bibliográfica	Mapeamento de artigos de 2000 a 2013
0	2021	A.S. Santos	Ensino Médio	MG	Pesquisa de campo	Uso do Geogebra para pensamento funcional
0	2016	A.S.T. Sobrinho	Educação Básica	RS	Pesquisa Bibliográfica	Mapeamento de artigos de 2010 a 2015
0	2019	M. Rodrigues	E. Fund. II Ensino Médio	RJ	Pesquisa documental	Análise de livros didáticos sobre inversão de funções

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Na base de dados *Scopus*, em virtude do critério de elegibilidade de produções científicas brasileiras, foram encontradas seis produções científicas. Isso se deve ao fato de as entradas de busca serem estritamente feitas em língua portuguesa.

Das seis produções científicas, uma retrata uma intervenção em ensino médio, dedicada à educação especial. Dessbesel (2023) destaca a importância de uma abordagem semiótica na compreensão da álgebra, que envolve a interpretação de símbolos matemáticos e seus significados em contextos de resolução de problema. O Quadro 5 ilustra as duas produções científicas pré-selecionadas na base de dados *Scopus*.

Quadro 5 – Artigos pré-selecionados na base *Scopus*

Citações	**Ano**	**Autor(es)**	**Nível Educação**	**UF**	**Metodologia**	**Tema(s)**
1	2018	F.U. Coelho M. Aguiar	Educação Básica E. Superior	SP	Pesquisa Bibliográfica	História daálgebra
0	2023	R.D.S Dessbesel	Ensino Médio	PR	*Educational Experiment Design*	Educaçãode Surdos. Desenvolvimento do Mathelp; relevância da visualidade e da Libras para conceitos algébricos.

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

O Quadro 6 apresenta uma síntese dos artigos pré-selecionados na base de dados Periódicos da CAPES, contemplando produções entre 2015 e 2024 que abordam diferentes temáticas relacionadas ao ensino de Matemática, com ênfase na álgebra e no pensamento algébrico. Nesta base foram encontradas 24 produções científicas. Das 24, metade das produções tratam de ensino médio e foram publicadas nos últimos dez anos. A distribuição geográfica dos trabalhos mostra uma diversidade de estados brasileiros, como São Paulo, Paraná, Alagoas, Santa Catarina e Ceará, o que revela um interesse nacional em pesquisas voltadas à educação matemática e ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

No que se refere às metodologias, nota-se uma presença significativa de pesquisas de campo, especialmente aquelas voltadas para práticas pedagógicas, uso de tecnologias (como aplicativos e softwares como o Geogebra) e estratégias de ensino focadas em sequências e generalizações aritméticas, muitas vezes relacionadas às provas da OBMEP. Além disso, pesquisas de caráter bibliográfico contribuem para mapear a história da álgebra, sua notação e tendências de estudos na última década. Em conjunto, esses artigos evidenciam um movimento de consolidação de estudos que buscam integrar teoria e prática pedagógica, promovendo uma melhor compreensão dos conceitos algébricos e de sua aplicação na formação docente.

Quadro 6 – Artigos pré-selecionados em Periódicos CAPES

Ano	Autor(es)	Nível Educação	UF	Metodologia	Tema(s)
2023	A.D.S., Landgraf A.M. Justulin	E. Fund. E. Médio	PR	Pesquisa de Campo	Formação de Professores
2015	F. Moura e Silva B.L. Bianchini	E. Médio E. Superior	SP	Pesquisa de Campo	Formação de professores
2019	A. Vaccari D.M. Gregório M.A. Martins	Ensino Médio	AL	Pesquisa de campo	Generalização aritmética e OBMEP
2018	M.E.O., Borges	E. Fund. II E. Médio	SP	Pesquisa Bibliográfica	Mapeamento do estudo da álgebra entre 2008 a 2017.
2019	A. Bernardino C. Floriano E. Uggioni	Ensino Médio	SC	Pesquisa de campo	Pensamento algébrico matricial
2021	E.N. Silva A.C.D.S, Lima T.S.P., DeOliveira	Educação Básica E. Superior	CE	Pesquisa Bibliográfica	História da álgebra (notação)
2020	R. Theodorovski F.N., De Oliveira	Ensino Médio	SP	Pesquisa Bibliográfica	Sequências recursivas e OBMEP
2016	A.C. Silva	Ensino Médio	PB	Pesquisa de campo	Sequências e progressão aritmética
2015	S.D.C.R. Da Silva R. Duda	Ensino Médio Técnico	PR	Pesquisa de campo	Linguagem algébrica em aplicativos
2019	A.T. Sobrinho M.A.D.S. Soares	Educação Básica E. Médio	RS	Pesquisa Bibliográfica	Mapeamento Conceito de função com Geogebra
2024	J.J. Da Silva J.R. Da Silva L.B.D.L. Silva	E. Médio	PE	Pesquisa de campo	Generalização aritmética
2023	L. Silva	E. Médio	RN	Pesquisa de campo	Resolução de problemas com equações polinomiais

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

3.2 Projeto experimental

A pesquisa apresentada enquadra-se como qualitativa, de natureza descritiva e interpretativa, incorporando características da metodologia Design Experiment (DE), conforme proposta por Cobb *et al*. (2003). DE é uma abordagem metodológica utilizada por pesquisadores nas ciências da aprendizagem, especificamente na área da educação.

A metodologia de pesquisa do Design Experiment surgiu no campo da educação na década de 1990, sendo profundamente influenciada pelos trabalhos de pesquisadores como Cobb *et al*. (2003), Collins (1992) e Brown (1992).

Essa metodologia de pesquisa tem principalmente o objetivo de fornecer insights teóricos sobre como formas inovadoras de ensino e aprendizagem podem ser promovidas. Por meio de um processo cíclico e iterativo, professores pesquisadores intervêm nas práticas educativas atuais com o propósito de melhorar a educação (Eerde, 2013).

As intervenções são então implementadas para avaliar sua eficácia. Subsequentemente, as intervenções são adaptadas e testadas novamente em um ciclo iterativo para a coleta contínua de dados. O objetivo dessa abordagem é gerar novas teorias e estruturas para conceituar a aprendizagem, a instrução, os processos de design e a reforma educacional. A análise de dados nessa metodologia ocorre por meio de comparações iterativas.

A metodologia permite que os pesquisadores façam ajustes contínuos às intervenções educacionais à medida que coletam dados, o que resulta em melhorias constantes e progressivas. Isso difere de abordagens tradicionais, onde a intervenção é fixada e testada de uma só vez.

O Design Experiment é indicado como uma alternativa às pesquisas tradicionais que, muitas vezes, ocorrem em contextos controlados de laboratório, afastados da complexidade e das nuances do ambiente de sala de aula. A ideia central é que o desenvolvimento de teorias educacionais seja um processo iterativo, prático e flexível, simulando o ambiente de sala de aula, cujas variáveis estudantis não são controladas.

O Design Experiment (DE) envolve três fases principais: a fase prospectiva da idealização do design, a fase reflexiva, ou seja, a aplicação de uma proposta educacional, da coleta de dados e possíveis ajustes a partir dos feedbacks obtidos e a fase de análise.

Na fase prospectiva do DE, os pesquisadores formulam hipóteses e desenvolvem materiais educacionais, utilizando trajetórias de aprendizagem hipotéticas para guiar o processo (Eerde, 2013).

Na fase reflexiva do DE, as intervenções são implementadas em ambientes de aprendizagem permitindo a coleta de dados das interações entre alunos, materiais e professores, que serão observadas para a compreensão de como as inovações impactam o aprendizado (Reimann, 2010).

Na fase retrospectiva, análise e validação coletiva, os dados coletados são examinados utilizando métodos qualitativos, com o objetivo de responder às questões de pesquisa e avaliar a eficácia da intervenção. São identificados os fatores que influenciaram o sucesso ou o fracasso do design, além de serem discutidas as implicações teóricas e práticas dos resultados obtidos.

Essa análise é crucial para a evolução contínua das práticas educacionais e para a construção de teorias mais robustas (Ponte *et al.*, 2016).

3.2.1 Fase prospectiva: preparação do projeto

A fase prospectiva teve início no ano de 2023, sob a orientação do Prof. Dr. Carlos Alexandre Felício Brito, apoio do Prof. Dr. Fernando Souza e professores da graduação da Universidade Municipal de São Caetano do Sul, como a coordenadora do Núcleo de Estatística e Ciência de Dados, Profa. Ma. Regina Albanese.

O planejamento proposto para 2024 foi de uma oficina para a qual tivéssemos como objetivo o pensamento algébrico. Um formulário de inscrição foi emitido para o público de estudantes do ensino médio, considerando um questionário semiestruturado com perguntas abertas sobre as expectativas dos estudantes com relação à matemática.

3.2.2 Fase reflexiva: implementação ou experimentação do projeto

Por meio de oficina, foi proposta uma sequência didática que promoveu iterações com os estudantes do Colégio Universitário USCS, de todos os níveis de ensino médio.

Em decorrência de duas iterações, foi proposta a sequência de tarefas de aprendizagem com recursos e estratégias de modo a fortalecer os conceitos algébricos com atividades impressas e digitais interativas, que demonstraram flexibilidade na metodologia e no planejamento, ajustando-se às necessidades dos estudantes, sempre com diálogo aberto e preenchimento de formulários de avaliação da oficina a fim de receber retorno. Tais atividades estão disponíveis na seção 4.2 de resultados.

Inicialmente, a ferramenta escolhida para ser aplicada para este tipo de pesquisa foi a Técnica de Associação Livre de Palavras (TALP), ou também denominada Evocação Livre de Palavras (ELP).

Esta técnica consiste no respondente elencar quais são as palavras que lhe vêm à mente de acordo com outra palavra, chamada de tema indutor. Essa mesma técnica é proposta para a fase reflexiva do experimento educacional, ou seja, identificando os saberes e conhecimentos dos alunos sobre o ensino do tema escolhido para, ao final da oficina, verificar qual foi a apropriação desse conhecimento ao longo do ensino.

Em nosso caso o tema indutor foi definido como: “Pensando no tema álgebra e pensamento algébrico, cite as 5 primeiras palavras que vêm à sua mente”. Em seguida, foi solicitado que as mesmas fossem colocadas em ordem de importância, ou seja, 1 = mais importante até 5 = menos importante. Após esse procedimento, foi solicitado aos participantes justificarem as palavras utilizadas, portanto, sendo gerado um texto descritivo.

3.2.3 Fase retrospectiva: análise do projeto

Na fase de análise, o objetivo é refletir sobre os dados coletados, analisá-los e refinar as teorias de ensino e aprendizagem das práticas educacionais baseadas nas descobertas.

Esta fase prevê um aprofundamento dos dados coletados, com codificação de dados qualitativos e integração de diferentes fontes de dados. Com base nos achados e nas descobertas, são refinadas as teorias educacionais que orientaram o design da intervenção.

Esse refinamento teórico é essencial para avançar o conhecimento científico e prático, pois os resultados do estudo são documentados em detalhes, incluindo os sucessos, os desafios e as lições aprendidas. Isso também será compartilhado futuramente por meio de artigos acadêmicos, relatórios técnicos ou materiais para formação de professores.

Optamos por analisar os nossos achados a partir da técnica de Análise de Conteúdo Automatizada, oriunda da análise de conteúdo (Bardin, 2015).

A análise de conteúdo, conforme desenvolvida por Laurence Bardin, é uma metodologia de pesquisa qualitativa que tem suas origens na comunicação e nas ciências sociais. Surgiu no início do século XX, inicialmente como uma técnica quantitativa usada para analisar mensagens de comunicação de massa, como jornais e discursos. Com o tempo, a abordagem evoluiu para incluir aspectos qualitativos, permitindo uma interpretação mais rica e contextualizada dos dados.

A concepção de Bardin (2015) se baseia na ideia de que o conteúdo de comunicação pode ser sistematicamente analisado para revelar significados implícitos e explícitos. A análise de conteúdo é amplamente usada em pesquisas científicas por sua flexibilidade e capacidade de adaptar-se a diferentes tipos de dados, como entrevistas, documentos e mídias digitais. Suas aplicações variam desde estudos de comunicação até pesquisas em educação, psicologia e ciências sociais. Ao permitir uma análise detalhada de discursos e textos, a metodologia facilita a compreensão das percepções, crenças e comportamentos dos sujeitos, sendo essencial para estudos que buscam interpretar a complexidade das interações humanas e suas representações sociais.

Com base nos resultados, novos ciclos de Design Experiment para testar versões aprimoradas da sequência didática propostas para aprendizagem significativa dos alunos.

4 RESULTADOS

Esta seção destina-se aos resultados da oficina, desde as observações comportamentais de cada aluno participante às análises pedagógicas do conteúdo das tarefas, uma vez que estão disponíveis os registros de cada aluno. Esta análise incluirá as definições de ordenada, superordenada, combinatória à luz da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel.

Dada a extensão da oficina durante todo o tempo planejado, a descrição dos resultados segue na seção 4.1, redigida com novas contribuições das respostas dos alunos de cada tarefa de aprendizagem disponível e os resultados da realização do escape room elaborado pelos alunos. Os mapas conceituais entregues fizeram parte dos resultados.

4.1 Resultados da revisão de escopo

De acordo com as três bases de dados (Google Acadêmico, Scopus e Periódicos CAPES), as produções científicas foram analisadas quanto aos critérios de elegibilidade e as quantidades categorizadas representadas no Quadro 7. A categoria "Outros" refere-se a pesquisas científicas de mapeamento amplo ou trabalhos sobre formação de professores.

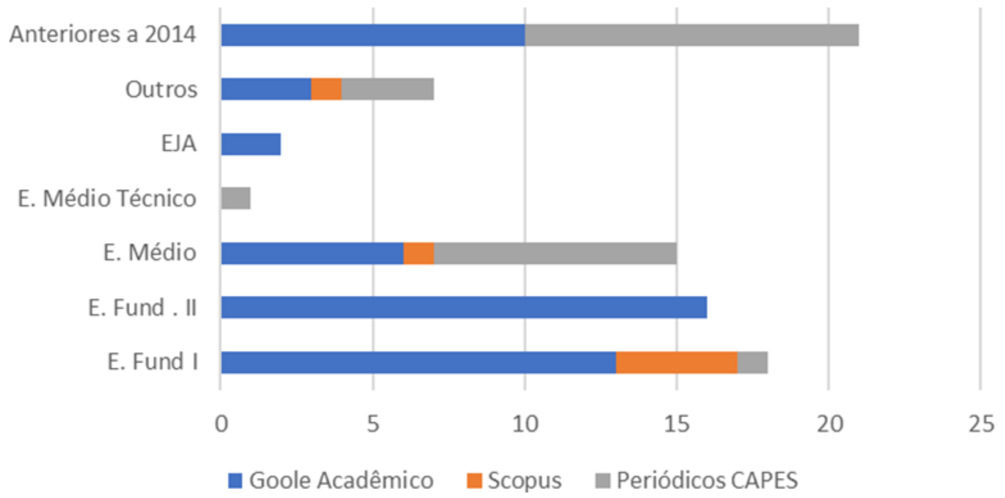
Quadro 7 – Resultado da quantidade de artigos analisados

Base de Dados Categoria	Google Acadêmico	Scopus	Periódicos CAPES
E. Fundamental I	13	4	1
E. Fundamental II	16		
Ensino Médio	6	1	8
Ensino Médio Técnico	-	-	1
Educação de Jovens e Adultos (EJA)	2	-	-
Outros	3	1	3
Anteriores a 2014	10	-	11

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

O Gráfico 6, de barras horizontais, demonstra a distribuição das produções científicas pela categoria de nível de ensino da educação básica e bases de dados.

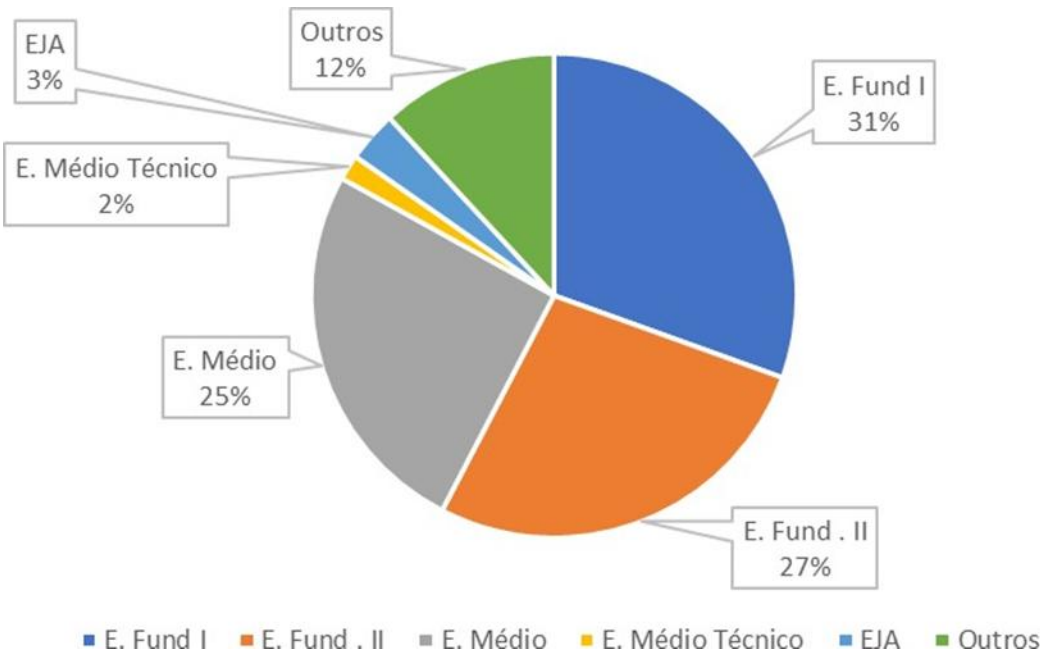
Gráfico 6 – Quantidade de artigos por base de dados



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

O Gráfico 7, setorial, resume a distribuição percentual das produções científicas pelo nível de ensino. A categoria “Outros” refere-se a pesquisas científicas de mapeamento amplo ou trabalhos sobre formação de professores.

Gráfico 7 – Percentual de artigos por base de dados



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Com relação à natureza das fontes utilizadas para a abordagem e o tratamento do objeto de pesquisa do pensamento algébrico, o Quadro 8 relaciona o tipo e a quantidade de produções científicas por ano de publicação.

Quadro 8 – Tipo e quantidade por ano das produções científicas

Tipo de abordagem de pesquisa	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**	**2022**	**2023**	**2024**
Pesquisa bibliográfica	1		1		2	1	2	1			
Pesquisa de campo		2	2			2		2		2	1
Pesquisa documental	1					1					
Educational Experiment Design										1	

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Os resultados demonstram uma diferença significativa entre a base de dados do Google Acadêmico e a base de Periódicos da CAPES. Na base de dados do Google Acadêmico, foi observado que metadados cadastrados para produções científicas voltadas para o ensino médio, na realidade, referem-se aos conteúdos algébricos dos anos finais do ensino fundamental. A base de Periódicos da CAPES foi mais assertiva em relação aos limites da pesquisa: pensamento algébrico e ensino médio.

Pode-se afirmar que a base de dados do *Google* Acadêmico retornou 9 produções científicas de 50 no total, ou seja, 18%. A base de Periódicos da CAPES retornou com 13 produções científicas dentre 24 no total, representando cerca de 54,1%. Das produções científicas pré-selecionadas para ensino médio, observa-se que há preponderância de tarefas de aprendizagem sobre generalizações aritméticas por meio de resolução de problemas, sequências recursivas e aplicação de expressões de progressão aritmética.

Do total de 80 produções científicas, apenas 3 trabalhos tratam de práticas e reflexões pedagógicas, sendo apenas um trabalho reflexivo de práticas pedagógicas de uma professora do ensino fundamental. Em termos de produções científicas para formação de professores, foram duas produções científicas voltadas para o ensino médio.

4.2 Resenha crítica dos resultados

Esta seção descreve uma resenha crítica explicada por Severino (2016), sendo compreendida como um princípio, conceito que permite questionar, problematizar e aprofundar a compreensão de um fenômeno científico.

Oliveira Groenwald e Becher (2010) investigam o pensamento algébrico de estudantes da 1ª série do ensino médio, identificando e mapeando os conhecimentos algébricos com relação às competências e habilidades que os ingressantes do ensino médio desenvolveram após completar o ensino fundamental. O artigo contextualiza a importância da álgebra e do pensamento algébrico na sociedade contemporânea, abordando as perspectivas sobre o ensino e aprendizagem da álgebra.

A metodologia utilizada foi uma primeira etapa: revisão literária para uma caracterização do pensamento algébrico. Na segunda etapa foi aplicada uma experiência de um software de teste avaliativo denominado "SCOMAX", com questões baseadas em livros didáticos locais publicados entre 1979 e 2004, contando com a participação de doze estudantes de uma escola pública de Osório (RS).

Na terceira e última etapa foram identificadas características do pensamento algébrico com base nos planos nacionais curriculares brasileiros PCN (1998, 2000), em avaliações de larga escala, Enem (2001), PISA (2004) e no órgão norte-americano do Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM, 2000).

O artigo é estruturado pela revisão literária com base em autores especializados e aborda temas desde o 5º ano ao 9º ano do ensino fundamental. Assim, segundo Kieran (1992), a álgebra processual foca na substituição de variáveis por números e na realização de operações aritméticas enquanto a álgebra estrutural manipula e transforma as expressões algébricas. Ainda com Kieran (1981), os estudantes interpretam erroneamente o sinal de igualdade como um comando para calcular e não uma relação entre expressões. Kaput (2005) é citado pela sua proposta de cinco perspectivas da álgebra: generalização e formalização de padrões; manipulação de formalismos sintáticos; estudo de funções e variações; estudo de estruturas abstratas e álgebra como linguagem matemática de modelagem. O papel da representação simbólica na álgebra também é mencionado com Arcavi (1994) que argumenta que compreender símbolos é fundamental para desenvolver o pensamento algébrico, indo além da simples manipulação de expressões.

A justificativa que embasa a ideia central do artigo é a dificuldade dos estudantes em compreender e resolver problemas matemáticos com a álgebra e o pensamento algébrico na etapa do ensino médio. A combinação de revisão literária e dados empíricos demonstrou que os egressos do ensino fundamental foram bem em operações algébricas, mas tiveram dificuldades em reconhecer padrões e resolver problemas contextualizados, uma vez que apenas um estudante obteve um bom desempenho nos testes de resolução de problemas. Notou-se a influência da linguagem matemática no desempenho, pois quando as questões eram formuladas de maneira diferente dos livros didáticos, os estudantes tiveram mais dificuldade, indicando possivelmente que o ensino é focado mais em treinamento em responder exercícios do que desenvolver uma compreensão conceitual. O uso do software SCOMAX permitiu mapear o conhecimento dos alunos em diferentes séries, revelando que muitos ainda resolvem problemas algébricos por tentativa e erro, sem estrutura formal. Oliveira Groenwald e Becher (2010) concluem a álgebra ainda como um conjunto de regras a serem memorizadas, e não como uma ferramenta para modelagem e resolução de problemas.

O artigo traz implicações significativas para o ensino e a aprendizagem de álgebra dos estudantes de ensino médio. A dificuldade em utilizar a álgebra para resolver problemas e generalizar padrões implica a necessidade de reformulação do ensino de álgebra na educação básica, sendo que o ensino fundamental precisa ir além da manipulação de símbolos e buscar uma compreensão conceitual. Os resultados do teste avaliativo demonstram que os estudantes preferem resolver problemas de forma aritmética e evitam a álgebra, pois não possuem atividades que estimulem os estudantes a pensar algebricamente com contextualização da vida real. A influência da linguagem matemática na aprendizagem é essencial para que os estudantes construam uma compreensão algébrica, preparando-os adequadamente para o ensino médio.

O mapeamento de lacunas da aprendizagem da álgebra implica que os estudantes necessitam dominar melhor a manipulação algébrica do que a generalização e resolução de problemas, atenuando assim as dificuldades com a abstração e modelagem matemática. A dependência de livros didáticos implica um ensino pouco flexível e uma linguagem matemática influenciada por tendências técnicas e não contextualizadas.

O artigo auxilia pesquisadores e educadores a repensarem os livros didáticos e currículos, buscando um maior equilíbrio entre álgebra processual e estrutural com uso de ferramentas digitais para facilitar o diagnóstico de lacunas e dificuldades da linguagem matemática. Tais argumentos se conectam com estudos de dissertações e teses da área matemática da álgebra ainda nos dias atuais, pois mesmo após a revisão curricular da BNCC (Brasil, 2018) que deu mais destaque para a álgebra na educação básica, diversas dificuldades e baixo desempenho em avaliações de larga escala ainda são observados no Brasil.

O ponto forte do artigo está norteado em um problema relevante e ainda atual do ensino da matemática: a dificuldade de os estudantes desenvolverem um pensamento algébrico mais robusto. O artigo baseia-se em pesquisadores como Kaput (2005), que defende uma visão mais ampla da álgebra, pois inclui o pensamento algébrico funcional; Kieran (1992), que distingue a álgebra processual (operações) da estrutural (compreensão) e Arcavi (1994), que destaca a importância do simbolismo na aprendizagem algébrica.

A utilização do software SCOMAX para mapear o conhecimento dos estudantes representa um avanço tecnológico interessante para testes adaptativos integrados ao ensino, permitindo identificar com maior precisão quais as habilidades algébricas dos estudantes.

Com relação às limitações e análise crítica, a quantidade de estudantes pode não refletir a realidade de outras escolas públicas da região do Rio Grande do Sul, uma vez que o artigo não inclui indicadores de ensino da matemática, tais como o próprio Enem, o PISA ou o SAEB.

Embora o uso do software SCOMAX seja um diferencial tecnológico, a pesquisa não explorou possíveis limitações dessa abordagem. Alguns questionamentos que podem ser feitos: o software avaliou corretamente a profundidade do conhecimento dos alunos ou apenas sua capacidade de responder testes de múltipla escolha? Houve algum viés na escolha das questões e na interpretação dos dados gerados pelo software? Uma alternativa de pesquisa seria comparar os resultados do software com avaliações mais abertas (como entrevistas ou resolução de problemas escritos) para a validação dessas possíveis questões.

O estudo enfatizou bastante a dificuldade dos estudantes, mas apresenta poucas sugestões concretas para solucionar ou atenuar os problemas identificados. Por exemplo: como os professores podem ajudar os alunos a transpor a álgebra processual para a álgebra estrutural? Que tipos de atividades pedagógicas poderiam ser usadas para uma avaliação diagnóstica que considere as habilidades da BNCC (2018)?

A delimitação da forma de avaliar os resultados do teste adaptativo com o uso do software SCOMAX não contemplou os parâmetros curriculares nacionais da BNCC vigente da época. A inclusão de parâmetros internacionais como o NCTM (2000) cria possíveis barreiras na busca de uma matemática mais contextualizada nacional. Além disso, uma comparação crítica curricular deve ser feita, pois estudantes norte-americanos possuem habilidades e competências diferentes dos brasileiros. Um exemplo bem simples é a interpretação de gráficos de função do 1º grau, cujo tema é ensinado antes da 1ª série do ensino médio e no Brasil, a representação da função afim no plano cartesiano é destinada apenas no ensino médio, segundo a BNCC (Brasil, 2018). Esse tipo de comparação traria um impacto mais amplo e benéfico para uma nova revisão curricular.

Na relação entre linguagem matemática e conhecimento algébrico, o artigo argumenta que os estudantes têm dificuldade quando as questões são formuladas de maneira diferente dos livros didáticos, mas será que isso indica uma deficiência na aprendizagem ou uma falta de familiaridade com outras formas de transposição didática? Uma sugestão interessante para a pesquisa seria testar estratégias de ensino diferentes e verificar se a dificuldade dos estudantes persiste quando expostos a uma variedade de estilos de enunciados de problemas algébricos.

Os autores ainda afirmam que os alunos tendem a resolver problemas algébricos com estratégias aritméticas, sugerindo que isso é um problema. No entanto, essa transição da aritmética (números e suas operações matemáticas) para a álgebra é natural e faz parte do desenvolvimento do pensamento matemático da criança e do adolescente. Com uma análise crítica, de acordo com a metodologia científica de Severino (2016), uma nova questão poderia surgir: o problema está na dificuldade dos alunos em abandonar a aritmética, ou na forma como a álgebra está sendo ensinada, sem uma ponte gradual entre os conceitos?

Portanto, o artigo traz muitas informações valiosas quando destaca a ausência de exercícios contextualizados no ensino da álgebra, mostrando a importância da linguagem matemática na compreensão algébrica. Uma possível linha de pesquisa seria ampliar a amostra e analisar fatores externos, tais como o impacto na formação inicial e continuada para docentes na exploração de abordagens pedagógicas na modelagem matemática, uso de tecnologia digital no ensino da matemática e apresentação de alternativas mais visuais ou concretas para as dificuldades encontradas por meio de oficinas ou sequências didáticas.

Coelho e Aguiar (2018) contribuíram com uma importante análise histórica da álgebra e do pensamento algébrico e seus desdobramentos do ensino. O estudo dessa obra possibilita uma visão histórica e de como as ideias se desenvolveram através dos tempos, relevante etapa para se discutir os conceitos necessários para a transposição didática do ensino.

Os autores propõem uma reflexão crítica sobre o ensino da Álgebra na Educação Básica, defendendo que a aprendizagem dessa área deve priorizar o desenvolvimento do pensamento algébrico e do raciocínio abstrato, em detrimento de uma abordagem centrada exclusivamente em técnicas operatórias. A partir de uma análise histórica e conceitual, os autores argumentam que o ensino da Álgebra, tal como praticado tradicionalmente nas escolas, tem privilegiado a manipulação simbólica mecânica, negligenciando a compreensão conceitual e a capacidade de generalização – aspectos centrais do pensamento algébrico.

Com base em evidências empíricas e teóricas, incluindo avaliações governamentais (como SAEB e SARESP) e estudos acadêmicos nacionais e internacionais, os autores apontam para um quadro persistente de dificuldades dos estudantes no aprendizado da Álgebra. Para compreender esse cenário, resgatam três grandes concepções históricas que influenciaram o ensino da Álgebra: o transformismo algébrico (centrado na manipulação de expressões), a Matemática Moderna (focada na estrutura formal dos conceitos) e uma abordagem geométrica-visual que buscava justificativas através de analogias espaciais. Embora distintas, essas três visões compartilham a limitação de restringir o ensino à aplicação de regras, sem promover de forma sistemática o raciocínio algébrico.

Os autores propõem, então, uma valorização do pensamento algébrico, entendido como a capacidade de generalizar padrões, estabelecer relações e operar simbolicamente com consciência conceitual. Referências como Blanton e Kaput (2005) e o NCTM (2000) são mobilizadas para fortalecer essa perspectiva, evidenciando que o pensamento algébrico deve ser desenvolvido desde os primeiros anos escolares, de forma gradual e integrada.

A história da Álgebra, por sua vez, é apresentada como um campo fértil para promover esse desenvolvimento, uma vez que ela revela um processo gradual de abstração que partiu de problemas concretos e geométricos até alcançar estruturas simbólicas complexas. Ao recuperar esse percurso histórico, os autores demonstram como a linguagem simbólica e as propriedades operatórias foram sendo elaboradas, destacando a importância de uma abordagem crítica que discuta conceitos como comutatividade e existência de inversos, não como verdades universais, mas como propriedades específicas de determinados contextos matemáticos.

Nesse sentido, a compreensão histórica e epistemológica da Álgebra pode servir de subsídio para um ensino mais significativo, que respeite os estágios de desenvolvimento dos alunos e favoreça a construção de um pensamento matemático mais autônomo e criativo. Os autores defendem que o professor deve dominar esses conhecimentos para mediar práticas pedagógicas que estimulem o pensamento algébrico, indo além da simples reprodução de procedimentos.

Um ponto forte do artigo é a defesa da utilização da história da Álgebra como recurso didático. Ao traçar o desenvolvimento histórico dos conceitos algébricos e das propriedades operatórias, os autores evidenciam a potencialidade dessa abordagem para tornar o ensino mais reflexivo, questionador e conectado com a construção do conhecimento matemático ao longo do tempo. Essa perspectiva favorece uma educação matemática menos dogmática, mais crítica e contextualizada.

No entanto, embora a argumentação seja consistente em diversos pontos, algumas limitações podem ser observadas. Em primeiro lugar, o texto poderia aprofundar mais as implicações práticas de sua proposta. Embora critique as abordagens tradicionais e proponha uma mudança de foco, o artigo não detalha exemplos concretos de atividades ou estratégias de ensino que materializem o desenvolvimento do pensamento algébrico em sala de aula, especialmente nos diferentes níveis da educação básica. A ausência desses exemplos pode dificultar a apropriação das ideias pelos professores em formação ou em atuação.

Embora a crítica ao ensino técnico seja pertinente, há o risco de se criar uma dicotomia excessiva entre o ensino de técnicas e o desenvolvimento do pensamento algébrico. Em algumas passagens, os autores parecem sugerir que o ensino de técnicas é dispensável ou secundário, o que pode desconsiderar a importância do domínio procedimental como parte integrante e complementar da compreensão conceitual.

Apesar dessas limitações, Coelho e Aguiar (2018) oferecem uma base teórica sólida e uma provocação importante à comunidade educativa, ao proporem que a Álgebra seja compreendida como meio de formação do pensamento e não apenas como uma linguagem simbólica, os autores contribuem para o amadurecimento da reflexão sobre o ensino de Matemática no Brasil.

Aguiar (2014) apresenta uma contribuição sólida e relevante para o debate sobre o ensino de Álgebra nos anos finais do ensino fundamental. Um dos principais méritos da pesquisa está em sua abordagem teórico-metodológica, ao articular a Teoria da Transposição Didática e a Teoria Antropológica do Didático (TAD), ambas de Yves Chevallard. Essa escolha permite à autora realizar uma análise profunda, não apenas do conteúdo presente nos livros didáticos, mas também dos processos implícitos de didatização que estruturam a prática pedagógica escolar.

Outro ponto forte da tese é o reconhecimento do papel central que os livros didáticos exercem no cotidiano da sala de aula, especialmente em contextos em que os professores enfrentam desafios como falta de formação específica e ausência de outros materiais de apoio. Ao analisar materiais aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) e os cadernos da rede pública paulista, a autora aborda fontes que, de fato, moldam o ensino de grande parte dos estudantes brasileiros. A constatação de que a Álgebra ainda é, em muitos casos, tratada como um conjunto de técnicas isoladas, desprovidas de significado, está em consonância com pesquisas anteriores e reforça a urgência de se repensar o ensino desse conteúdo.

A tese também acerta ao conectar os problemas de aprendizagem da Álgebra a um ensino que desconsidera o desenvolvimento do pensamento algébrico. Essa perspectiva rompe com a visão reducionista do aluno como único responsável por suas dificuldades, transferindo parte da responsabilidade para a forma como os saberes são organizados, apresentados e legitimados nos materiais didáticos. Essa crítica é especialmente relevante num momento em que se busca, na Educação Matemática, um ensino mais compreensivo, contextualizado e significativo.

No entanto, algumas limitações podem ser identificadas. Em primeiro lugar, a análise recai quase exclusivamente sobre os livros didáticos. Embora essa escolha seja justificada e importante, a inclusão de outros elementos da prática escolar – como observações de aulas ou entrevistas com professores – poderia enriquecer a discussão. A prática docente não pode ser compreendida apenas a partir dos materiais utilizados; ela é atravessada por fatores como concepções de ensino, pressões curriculares, cultura escolar e formação inicial e continuada. Assim, ampliar o escopo empírico da pesquisa poderia gerar uma compreensão mais ampla da realidade educacional.

Além disso, a tese menciona as dificuldades dos professores com o ensino de Álgebra, mas aborda essas questões de forma ainda tímida. Seria oportuno aprofundar a análise das implicações formativas dos resultados encontrados. Como os cursos de licenciatura podem ser repensados à luz das conclusões da tese? Que políticas públicas poderiam apoiar a superação do ensino algébrico tecnicista ainda predominante? Essas perguntas poderiam potencializar o impacto da pesquisa para além do diagnóstico.

Outro aspecto que merece atenção é o risco de se sobrevalorizar a estrutura praxeológica ideal proposta pela TAD em detrimento da criatividade e da adaptação docente. Embora a completude das praxeologias seja, de fato, um indicativo de riqueza pedagógica, a prática em sala de aula frequentemente exige improviso, negociação e adaptações que não se encaixam perfeitamente em modelos teóricos. Uma discussão sobre os limites e possibilidades da aplicação dessas teorias no cotidiano escolar tornaria o texto ainda mais realista e aplicável.

Apesar dessas observações, Aguiar (2014) representa um avanço importante na compreensão dos obstáculos que ainda persistem no ensino de Álgebra e oferece instrumentos teóricos valiosos para sua superação. Sua contribuição reside não apenas na análise crítica dos materiais, mas também na provocação feita à formação docente, ao planejamento curricular e à produção de livros didáticos mais comprometidos com a construção do pensamento algébrico.

Desse modo, trata-se de um trabalho rigoroso, bem fundamentado e alinhado com as discussões mais relevantes da Educação Matemática atual. A tese não apenas identifica problemas, mas oferece caminhos para repensar o ensino da Álgebra em direção a uma prática mais crítica, reflexiva e formativa.

Moretti, Virgens e Romeiro (2021) realizam uma contribuição teórica e metodológica significativa para o debate contemporâneo sobre o ensino de Álgebra nos Anos Iniciais, ao proporem uma abordagem crítica sobre o papel da generalização e do pensamento teórico na formação de professores. Um dos aspectos mais relevantes do trabalho é a ressignificação do conceito de pensamento algébrico, que se distancia da concepção tradicional centrada em manipulações simbólicas e aproxima-se de uma compreensão mais ampla, fundamentada na Teoria Histórico-Cultural e na ideia de generalização substantiva.

Ao fundamentar-se, os autores sustentam com solidez teórica que o pensamento algébrico não se restringe ao uso de letras e fórmulas, mas está ancorado em processos analíticos, reflexivos e conceituais que se iniciam no concreto sensível e ascendem ao nível do pensamento teórico. Essa visão rompe com a concepção tecnicista que ainda predomina em muitos contextos escolares e oferece uma alternativa potente para o ensino de Matemática nos anos iniciais.

A proposta metodológica da Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA) apresentada no artigo também se destaca como ponto forte. O exemplo da atividade "É possível prever o futuro?" é particularmente eficaz em demonstrar como situações problematizadoras podem estimular o raciocínio algébrico de professores, mesmo sem recorrer diretamente à simbologia formal. Ao operar com grandezas variáveis em contextos reais e ao evitar soluções que envolvam apenas tentativa e erro ou contagens, a atividade promove um verdadeiro deslocamento da lógica empírica para a lógica teórica, alinhando-se com os pressupostos da aprendizagem desenvolvente.

Outro mérito importante é a sofisticação com que os autores discutem as camadas de generalidade propostas por Radford (factual, contextual e simbólica) e sua articulação com os registros semióticos dos sujeitos em formação. Essa análise evidencia o cuidado metodológico em não reduzir o pensamento algébrico à produção de representações formais, mas sim valorizar o processo pelo qual essas representações são construídas e interpretadas.

Apesar desses méritos, o artigo apresenta algumas limitações. A primeira delas diz respeito à ausência de uma análise mais detalhada dos resultados empíricos da implementação da SDA. Embora a proposta seja bem descrita, sua aplicação concreta, os dados coletados e os efeitos observados no desenvolvimento do pensamento algébrico dos professores participantes poderiam ter sido discutidos com mais profundidade. Tal aprofundamento empírico fortaleceria ainda mais os argumentos e demonstraria a viabilidade prática da proposta.

Ademais, a proposta exige um nível elevado de conhecimento teórico por parte dos formadores, o que pode representar um desafio para a implementação em larga escala. A aplicação de atividades baseadas na Teoria Histórico-Cultural requer uma formação sólida que nem sempre está presente nas redes de ensino ou nos cursos de licenciatura. Seria oportuno, portanto, que os autores abordassem mais diretamente as estratégias para viabilizar essa formação teórica em contextos reais, especialmente em regiões com menor acesso à pesquisa acadêmica.

Apesar de os autores reconhecerem que o simbolismo não é condição suficiente para caracterizar o pensamento algébrico, em alguns momentos o texto poderia explicitar melhor como a avaliação das manifestações algébricas se dá na prática docente. Em outras palavras, como os professores podem, no cotidiano da sala de aula, reconhecer e apoiar o surgimento das camadas de generalidade nas produções dos alunos?

Mesmo com tais observações, o artigo apresenta uma proposta teórica coerente, inovadora e bem fundamentada, que dialoga com as necessidades atuais da Educação Matemática e da formação de professores. Sua contribuição reside não apenas na crítica ao ensino tradicional da Álgebra, mas também na oferta de caminhos concretos e reflexivos para superar essa realidade.

Vaccari, Gregório e Martins (2019) descrevem o campo da Educação Matemática por abordar de maneira articulada três dimensões fundamentais e interligadas: pensamento algébrico, raciocínio dedutivo e raciocínio indutivo. Em um contexto escolar em que o ensino de Álgebra é frequentemente reduzido à manipulação simbólica e à memorização de procedimentos, a proposta dos autores de investigar a estruturação lógica dos pensamentos matemáticos dos estudantes do ensino médio é altamente pertinente.

Entre os principais méritos do trabalho está o cuidado metodológico. A escolha pelo estudo de caso e pela abordagem qualitativa interpretativa permite uma análise rica e detalhada dos processos cognitivos dos estudantes em situações reais de aprendizagem. O uso da observação participante, da produção escrita e do diário de campo, articulado à Análise de Conteúdo de Bardin, proporciona um panorama abrangente e sensível às nuances da prática pedagógica.

Outro ponto forte é o esforço teórico para distinguir e exemplificar os raciocínios indutivo e dedutivo, oferecendo ao leitor definições claras e aplicadas ao contexto da Matemática escolar. Os exemplos extraídos das resoluções dos alunos tornam a análise empírica concreta e ilustrativa, revelando não apenas os acertos, mas sobretudo as lacunas no raciocínio dos estudantes - especialmente no que se refere à capacidade de generalizar e justificar matematicamente suas respostas.

Contudo, algumas limitações também merecem destaque. Embora os dados coletados sejam pertinentes e revelem importantes aspectos do raciocínio dos estudantes, o artigo poderia beneficiar-se de uma análise mais aprofundada sobre os fatores que influenciam essas dificuldades. A ausência de um diálogo mais direto com a formação docente, por exemplo, impede uma reflexão mais ampla sobre como as práticas de ensino e os currículos escolares influenciam o desenvolvimento (ou a inibição) dessas competências nos estudantes.

Além disso, a análise, ainda que eficaz em revelar os erros e limitações dos estudantes, por vezes se detém mais na constatação do problema do que na proposição de caminhos formativos para enfrentá-lo. Seria enriquecedor se o texto explorasse estratégias pedagógicas que pudessem ser adotadas pelos professores para promover o raciocínio lógico e o pensamento algébrico em sala de aula, especialmente considerando os desafios do contexto público educacional em que a pesquisa foi realizada.

Outro aspecto a ser considerado é que a abordagem do pensamento algébrico, embora bem ancorada nas obras de autores como Blanton e Kaput (2005) e Fiorentini, Miguel e Miorim (1993), poderia ser fortalecida por uma conexão mais robusta com estudos voltados à formação de professores. O aprofundamento dessa relação seria fundamental para ampliar o impacto da pesquisa não apenas na identificação dos problemas, mas também na superação deles.

Apesar dessas observações, o artigo contribui de forma significativa para o entendimento das dificuldades enfrentadas pelos estudantes em operar com conceitos algébricos de maneira lógica e fundamentada. Ao expor que os raciocínios utilizados pelos estudantes são frequentemente intuitivos e pouco estruturados, os autores apontam para uma lacuna essencial nas práticas pedagógicas: a ausência de situações que incentivem a argumentação, a inferência e a generalização — pilares do pensamento matemático avançado.

O artigo de Bernardino, Floriano e Uggioni (2019) destaca-se como uma experiência significativa no campo da formação inicial de professores e do ensino de Matemática no ensino médio. A escolha do tema (o ensino de matrizes) revela sensibilidade à realidade escolar, uma vez que esse conteúdo, embora previsto nos currículos, frequentemente recebe atenção superficial na prática docente. Ao propor um ensino contextualizado e voltado ao desenvolvimento do pensamento algébrico matricial, o estudo reforça a importância de práticas que rompam com o ensino tradicional baseado na memorização e na aplicação mecânica de fórmulas.

Um dos principais méritos do artigo é a valorização da contextualização como estratégia pedagógica. Ao utilizar situações-problema inspiradas no cotidiano e com base na aplicabilidade das matrizes em diversas áreas do conhecimento, os autores contribuem para dar sentido ao aprendizado e estimular o interesse dos alunos. Essa postura está em consonância com as diretrizes atuais da Educação Matemática, que propõem um ensino mais significativo e conectado com as experiências dos estudantes.

Outro aspecto positivo é o reconhecimento explícito das dificuldades enfrentadas no ambiente escolar, como o cansaço dos alunos e o tempo reduzido de aula. Ao trazer essas questões à tona, o texto se afasta de uma visão idealizada da prática docente e reconhece os desafios concretos da sala de aula, o que torna sua proposta mais realista e útil para a formação docente.

No entanto, o trabalho também apresenta algumas limitações. Em termos metodológicos, o relato é mais descritivo do que analítico. Embora os autores mencionem os objetivos e estratégias utilizadas, faltam dados sistematizados sobre os resultados da intervenção como registros das produções dos alunos, análises de erros conceituais ou avanços observados. A ausência de uma análise mais aprofundada dos efeitos da proposta dificulta a avaliação do impacto pedagógico da experiência.

Além disso, o texto poderia ampliar a discussão teórica sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, integrando autores contemporâneos que discutem as dimensões cognitivas e epistemológicas do raciocínio matricial. A proposta pedagógica não explora suficientemente os aspectos conceituais mais amplos das operações com matrizes, como sua relação com transformações lineares, sistemas de equações ou modelagem matemática, o que poderia enriquecer a proposta formativa.

Outro ponto que merece consideração é que, embora o ensino contextualizado seja uma estratégia relevante, sua eficácia depende do nível de abstração requerido. Em conteúdos como matrizes, há uma tensão entre a necessidade de ancoragem em situações concretas e o inevitável percurso rumo à formalização algébrica. Essa transição não é trivial, e o texto poderia discutir melhor como apoiar os alunos nesse processo de abstração progressiva.

Apesar dessas limitações, o artigo oferece uma contribuição importante para o debate sobre a prática docente em formação e sobre o ensino de conteúdos tradicionalmente considerados “difíceis” ou “pouco úteis” pelos estudantes. A valorização da criatividade, da aproximação com o cotidiano e da atitude investigativa são elementos que fortalecem o trabalho, especialmente como ponto de partida para reflexões mais amplas sobre o papel do professor e da Matemática na formação cidadã.

Trata-se de uma experiência pedagógica rica, sensível às dificuldades escolares e alinhada às tendências atuais da Educação Matemática. Embora o texto possa ser aprimorado em termos de aprofundamento teórico e análise empírica, ele cumpre bem o papel de incentivar práticas de ensino mais reflexivas, contextualizadas e focadas no desenvolvimento de competências matemáticas relevantes para a vida e para o pensamento científico.

A pesquisa realizada por Favero e Manrique (2020) oferece uma contribuição oportuna e necessária ao campo da Educação Matemática, especialmente no contexto da implementação da BNCC e da introdução da Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental. O estudo se destaca por articular discussões teóricas e levantamentos bibliográficos em torno do pensamento algébrico, trazendo à tona uma temática ainda pouco explorada em pesquisas brasileiras: o impacto da reorganização curricular na abordagem da Álgebra nos primeiros anos escolares.

Um dos pontos fortes da investigação está na escolha metodológica de mapear produções acadêmicas disponíveis no banco de teses e dissertações da CAPES. Essa estratégia permite não apenas identificar lacunas relevantes como a escassez de estudos sobre materiais didáticos, mas também compreender tendências na abordagem do pensamento algébrico no país. A análise minuciosa de dissertações exemplifica com clareza os caminhos teóricos adotados por pesquisadores que dialogam com a proposta de algebrização precoce, alinhando-se à corrente internacional conhecida como “Early Algebra”.

No entanto, ao mesmo tempo em que o artigo apresenta esse panorama geral da produção acadêmica, ele não avança em uma análise empírica própria, o que poderia fortalecer sua argumentação e ampliar suas contribuições. Embora isso se justifique pelo recorte metodológico da pesquisa (bibliográfica), há momentos em que a leitura sugere expectativas de uma crítica mais profunda aos documentos analisados ou à forma como as diretrizes curriculares têm sido efetivamente incorporadas na prática escolar.

Importa ressaltar que a fundamentação teórica adotada é robusta e bem selecionada. O texto mobiliza autores relevantes como Chevallard, Gascón, Katz e Blanton, estabelecendo conexões pertinentes entre epistemologia da Álgebra e práticas escolares. Essa ancoragem teórica confere densidade à análise e evidencia a preocupação das autoras em compreender a Álgebra como instrumento de estruturação do pensamento matemático, e não apenas como técnica simbólica.

Contudo, apesar da pertinência do arcabouço teórico, seria enriquecedor que o artigo discutisse com mais ênfase os impactos concretos das mudanças curriculares no cotidiano da escola pública brasileira. A complexidade da implementação da BNCC, que vai além da simples reorganização dos conteúdos, envolve questões estruturais como formação docente, tempo didático, cultura escolar e acesso a materiais pedagógicos apropriados. Essas variáveis, embora mencionadas de modo implícito, mereceriam maior destaque no debate proposto.

Outro aspecto que chama atenção é o fato de que, mesmo ao identificar a ausência de estudos voltados à análise dos materiais didáticos, o texto não aprofunda essa questão em termos críticos. Espera-se que esse ponto seja retomado em pesquisas futuras, como indicam as próprias autoras em suas considerações finais, o que poderia contribuir significativamente para avaliar como a BNCC tem, de fato, impactado o cotidiano das salas de aula, especialmente nas séries iniciais.

Em análise crítica, o artigo cumpre com mérito sua proposta inicial de apresentar um panorama das pesquisas relacionadas ao pensamento algébrico nos anos iniciais e suas conexões com a BNCC. Apesar de suas limitações em termos de alcance empírico, trata-se de uma leitura fundamental para formadores de professores, pesquisadores e educadores interessados em compreender as implicações curriculares e pedagógicas da algebrização precoce da Matemática escolar.

De início, em Da Silva, Da Silva e Silva (2024), é importante reconhecer que o artigo em questão se destaca por abordar com profundidade um tema crucial para o ensino contemporâneo de Matemática: a articulação entre modelagem matemática, generalização e pensamento algébrico. Os autores apresentam uma abordagem teórica e prática bem fundamentada, que busca responder à necessidade de tornar o ensino da Álgebra mais significativo, superando práticas rotineiras centradas na memorização de procedimentos.

Um dos maiores méritos da pesquisa está na escolha pela modelagem matemática como metodologia de ensino. Ao proporem problemas baseados na realidade dos estudantes e ao permitirem que eles construam modelos próprios, os autores valorizam o papel do aluno como sujeito ativo da aprendizagem. Essa proposta está em consonância com as ideias de Ausubel e Vygotsky, que defendem, respectivamente, a aprendizagem significativa e o conhecimento como construção social mediada pela linguagem e pela interação.

Além disso, o estudo se mostra relevante ao evidenciar, com base em dados empíricos, a persistente dificuldade de os alunos transitarem do pensamento aritmético para o algébrico. A análise das atividades propostas aos estudantes revela que, mesmo diante de situações que exigiam raciocínio algébrico, muitos ainda recorriam a estratégias aritméticas. Essa constatação reafirma um dos principais desafios da Educação Matemática: romper com o ensino fragmentado e tardio da Álgebra, substituindo-o por um processo contínuo de algebrização desde os primeiros anos escolares.

Por outro lado, é possível observar que, apesar da riqueza teórica e das contribuições práticas do artigo, alguns aspectos poderiam ser mais bem desenvolvidos. Por exemplo, uma análise mais detalhada das falas e produções dos alunos durante a intervenção poderia aprofundar a compreensão sobre o processo de generalização e o tipo de pensamento envolvido em cada tarefa. Isso tornaria a discussão mais robusta e permitiria uma apreciação mais crítica das estratégias de ensino adotadas.

Cabe também destacar que, embora o número de participantes seja reduzido com apenas seis alunos, essa escolha se justifica plenamente dentro da natureza qualitativa da pesquisa. Por se tratar de um estudo de caso com intervenção pedagógica, o foco dos autores não está na generalização estatística dos resultados, mas sim na compreensão profunda do processo de aprendizagem vivenciado pelos sujeitos. Ao privilegiar a análise detalhada das interações, argumentações e estratégias utilizadas pelos estudantes, o trabalho assume intencionalmente uma escala menor, condizente com sua proposta investigativa.

Nesse contexto, a quantidade de participantes torna-se adequada para alcançar os objetivos do estudo: observar, de forma densa e situada, como a modelagem matemática pode favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico no ensino médio.

Em termos de fundamentação teórica, os autores acertam ao mobilizar autores como Radford e como Kieran, cujas contribuições têm sido centrais para a compreensão do pensamento algébrico como forma de raciocínio teórico e não apenas técnico. O diálogo com essas perspectivas fortalece o argumento de que generalização e pensamento algébrico não são processos isolados, mas sim articulados, em que a primeira se apresenta como etapa inicial e estruturante do segundo.

Sob essa perspectiva, a modelagem matemática não apenas oferece contexto e motivação, mas também favorece o surgimento da generalização em múltiplos registros semióticos, como linguagem natural, gestos, gráficos e expressões simbólicas. Essa riqueza de representações amplia as possibilidades de expressão dos alunos e contribui para o desenvolvimento de um pensamento algébrico mais flexível e compreensivo.

Ao final da leitura, fica claro que o trabalho Da Silva, Da Silva e Silva (2024) contribui de maneira relevante para o debate sobre o ensino de Álgebra, ao propor uma prática pedagógica coerente com os princípios da aprendizagem significativa e do desenvolvimento de competências matemáticas críticas. A proposta didática apresentada, embora situada em um contexto específico, possui potencial de ser adaptada e expandida em diferentes realidades escolares.

Theodorovski e Oliveira (2020) revelam uma alternativa promissora ao ensino tradicional da Álgebra ao valorizar a exploração de padrões e sequências recursivas como forma de desenvolver o pensamento algébrico. Ao fundamentar sua abordagem em problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e em referências consolidadas da Educação Matemática, os autores evidenciam o potencial formativo de tarefas que desafiem os alunos a generalizar, argumentar e construir modelos simbólicos.

Um aspecto especialmente positivo do artigo é a ênfase na generalização como processo cognitivo fundamental na transição do pensamento aritmético para o algébrico. A escolha pelas sequências recursivas como objeto de estudo se mostra acertada, pois elas exigem que os estudantes identifiquem padrões, formulem hipóteses e testem relações, atividades que naturalmente favorecem o desenvolvimento de habilidades algébricas de forma significativa e não mecânica.

Por outro lado, chama a atenção o cuidado dos autores em articular suas propostas com os documentos curriculares nacionais, em especial a BNCC. Essa conexão reforça a relevância prática do trabalho, ao mesmo tempo em que demonstra um compromisso com a formação de professores que saibam integrar teoria, currículo e prática pedagógica. O artigo, nesse sentido, serve como ponte entre o discurso normativo e sua realização em sala de aula, oferecendo uma alternativa concreta para a abordagem do conteúdo algébrico.

Ainda assim, observa-se que o artigo, embora bem fundamentado, apresenta limitações em termos de análise empírica. O texto não traz dados de aplicação em contextos escolares reais, o que enfraquece a avaliação da efetividade da proposta junto a estudantes da educação básica. Uma intervenção pedagógica, mesmo em pequena escala, poderia fortalecer os argumentos e permitir uma discussão mais aprofundada sobre os obstáculos enfrentados pelos alunos e sobre as estratégias didáticas mais eficazes para superá-los.

Outro ponto a ser considerado é que a abordagem baseada em padrões e recorrências exige um domínio técnico por parte dos professores, o que pode representar uma barreira em contextos nos quais a formação docente ainda é frágil. Seria interessante que o artigo explorasse com mais profundidade os desafios da implementação da proposta, sobretudo no que diz respeito ao planejamento das atividades, ao tempo didático necessário e à mediação adequada para que os alunos avancem da observação de regularidades para a construção de expressões algébricas generalizadas.

Apesar dessas observações, a relevância do artigo é indiscutível. Ele contribui significativamente para a ampliação das possibilidades metodológicas no ensino da Álgebra e convida professores e formadores a repensarem o papel das sequências e dos padrões numéricos na construção do conhecimento matemático. Ao propor tarefas que dialogam com o cotidiano escolar e com as exigências curriculares atuais, os autores incentivam práticas pedagógicas que valorizam o raciocínio, a argumentação e a criatividade dos alunos.

A proposta de Silva (2016) representa uma iniciativa sensível e fundamentada para o ensino de Álgebra nos anos iniciais do ensino médio. A autora propõe um ensino baseado na resolução de problemas e no trabalho com padrões, abordagens que, além de se alinharem às diretrizes curriculares nacionais, respondem a um desafio histórico da Educação Matemática: desenvolver o pensamento algébrico para além da manipulação simbólica e da memorização de regras.

Um dos pontos mais positivos do trabalho reside na aplicação prática da proposta didática em sala de aula. A autora não apenas descreve a teoria, mas também a coloca em ação, observando como os alunos interagem com as tarefas e quais estratégias emergem na resolução dos problemas. Essa vivência empírica confere concretude à discussão e revela o compromisso da pesquisadora com uma educação que articule reflexão e transformação da prática docente.

Digno de nota também é o uso da estrutura em três fases de Van de Walle para organizar a sequência didática. Essa escolha metodológica garante que os alunos não sejam apenas expostos aos conceitos, mas que tenham oportunidade de explorá-los, discutir estratégias e sistematizar o conhecimento coletivamente. Esse formato potencializa a construção do pensamento algébrico por meio da generalização, da representação simbólica e da argumentação.

No entanto, é possível apontar que a análise dos dados obtidos durante a aplicação das tarefas poderia ser mais aprofundada. Apesar de a autora ter descrito as respostas dos alunos e identificado indícios de generalização, faltou uma exploração mais sistemática dos processos cognitivos envolvidos. Uma análise mais densa das produções dos estudantes poderia fortalecer os argumentos e revelar com maior clareza os avanços no pensamento algébrico promovidos pela sequência.

Outro aspecto a considerar é que, embora a proposta se baseie em uma abordagem problematizadora, as limitações estruturais da escola e o tempo disponível para aplicação são pouco problematizados no texto. Discutir como esses fatores interferem ou desafiam a implementação da proposta teria enriquecido a reflexão, especialmente no que se refere à viabilidade de reproduzir a experiência em outros contextos escolares.

Em contrapartida, a fundamentação teórica da monografia é sólida e bem escolhida. O diálogo com autores como Vale, Ponte e D'Ambrosio fortalece a proposta ao posicioná-la dentro de uma tradição crítica da Educação Matemática, que valoriza o raciocínio, a criatividade e o protagonismo dos estudantes. Essa base teórica confere legitimidade ao trabalho e o conecta a debates atuais sobre práticas investigativas no ensino da Álgebra.

Silva (2022) apresenta uma proposta didática robusta, que busca resgatar a relevância do ensino de equações polinomiais do 3º grau em uma perspectiva crítica e problematizadora. Em um cenário educacional marcado pela redução dos conteúdos algébricos nos currículos escolares, Silva (2022) se contrapõe a essa tendência ao demonstrar que tais temas podem ser trabalhados de forma acessível, significativa e formativa.

A originalidade do texto reside principalmente na escolha metodológica baseada na proposição de problemas pelos próprios alunos. Essa abordagem rompe com a lógica transmissiva tradicional e coloca o estudante como sujeito ativo do processo de aprendizagem. Ao descrever com clareza o percurso das aulas e os diálogos estabelecidos em grupo, o autor oferece indícios concretos de que a autonomia intelectual pode ser estimulada quando o ensino se ancora na investigação, no desafio e na autoria.

É igualmente relevante a crítica formulada à Base Nacional Comum Curricular, especialmente quanto ao tratamento conferido à Álgebra. O artigo não se limita a apresentar uma proposta pedagógica alternativa, mas também denuncia a fragilidade epistemológica da BNCC, que tende a priorizar o domínio técnico em detrimento da compreensão conceitual e da formação crítica. Essa crítica é pertinente e se alinha a vozes importantes da Educação Matemática que alertam para os riscos de um currículo minimalista e funcionalista.

Por outro lado, embora o relato da experiência seja convincente, o texto poderia se beneficiar de uma análise mais aprofundada das aprendizagens dos estudantes. As observações feitas são ricas em descrições e exemplos, mas carecem de uma sistematização mais explícita dos avanços cognitivos observados, por meio de categorias analíticas ou quadros comparativos. Uma exploração mais detalhada dos indícios de pensamento algébrico emergente fortaleceria ainda mais os argumentos do autor.

Também merece atenção o fato de que a experiência se restringe a um grupo específico de alunos do 3º ano do Ensino Médio em uma escola federal, o que pode limitar sua replicabilidade em outros contextos educacionais, sobretudo na rede pública estadual ou municipal. No entanto, o autor reconhece esse recorte e propõe sua proposta como um modelo inspirador, e não como fórmula pronta, o que reforça sua postura crítica e realista.

Do ponto de vista teórico, a fundamentação apresentada é consistente e dialoga bem com autores que discutem a resolução e a proposição de problemas, bem como a importância de uma Matemática com sentido e função social. A interlocução com Freire (2021) confere ao texto um viés político-pedagógico coerente com a proposta metodológica adotada, reafirmando que ensinar Matemática é, também, um ato de empoderamento e transformação.

Em última instância, o artigo se destaca por apresentar uma prática pedagógica alinhada à formação de sujeitos pensantes, criativos e críticos. Ao devolver aos estudantes a responsabilidade pela formulação dos problemas, o professor redefine o papel da escola e da Matemática como ferramentas de leitura e intervenção no mundo. Essa concepção de ensino precisa ser valorizada e difundida, sobretudo em tempos em que o ensino da Matemática corre o risco de se tornar cada vez mais superficial e descontextualizado.

Assim, a proposta de Silva (2022) contribui não apenas para o ensino de um conteúdo específico, mas para o fortalecimento de uma visão de educação matemática humanizadora, investigativa e socialmente comprometida. Seu trabalho serve como exemplo de como é possível articular rigor matemático, criticidade e engajamento, mesmo ao tratar de temas tradicionalmente considerados “difíceis” no currículo escolar.

O artigo de Dessbesel, Da Silva e Shimazaki (2023) se destaca como uma proposta robusta para o campo da Educação Matemática inclusiva, especialmente no que tange ao ensino de Álgebra para estudantes surdos. O artigo articula de maneira consistente fundamentos teóricos da psicologia histórico-cultural com observações empíricas refinadas, resultando em um trabalho que conjuga profundidade conceitual e aplicabilidade pedagógica.

Um dos méritos mais evidentes do estudo é sua escolha metodológica. A utilização do *Educational Design Research* como abordagem investigativa demonstra sensibilidade à complexidade do campo educacional, permitindo que as autoras construam e analisem intervenções pedagógicas de forma sistemática e reflexiva. Isso confere ao trabalho não apenas validade científica, mas também relevância prática, uma vez que os episódios de ensino analisados emergem de situações reais e dialogam com desafios concretos da sala de aula inclusiva.

Outro ponto forte reside na concepção de mediação apresentada. Longe de restringir-se à presença de intérpretes ou à tradução literal de conteúdos, as autoras compreendem a mediação como um processo amplo, que envolve múltiplos signos, linguagens e interações sociais. Essa perspectiva, alinhada à teoria vygotskiana, permite valorizar a Libras como língua de instrução legítima e reconhecer os modos próprios de significação da comunidade surda.

Ainda assim, é possível notar que o texto se concentra em dois sujeitos e um conjunto relativamente restrito de episódios. Embora isso esteja de acordo com o escopo qualitativo da pesquisa, uma análise mais extensa poderia fortalecer a generalização dos resultados ou revelar variações nos processos de aprendizagem de diferentes alunos surdos. A ampliação futura do estudo para outros contextos escolares e perfis de estudantes poderá contribuir para consolidar os achados e oferecer diretrizes mais abrangentes.

Também merece destaque o fato de que a proposta não apenas adapta o ensino da Álgebra à realidade dos estudantes surdos, mas a reconstrói com base em suas formas de expressão e apropriação. Ao fazer isso, as autoras superam a ideia de inclusão como “acesso” e assumem a diferença linguística e cultural como elemento constitutivo do processo educativo. Essa abordagem transforma a prática pedagógica em um ato político, pautado pela equidade e pela valorização da diversidade.

Do ponto de vista teórico, o artigo se fortalece ao mobilizar autores como Vygotsky e Radford para discutir conceitos fundamentais como internalização, apropriação, semiose e generalização. Essa ancoragem confere densidade à análise dos episódios de ensino e posiciona o texto no interior de um debate atual e internacional sobre os caminhos possíveis para uma Educação Matemática mais justa e acessível.

Além disso, a crítica que as autoras dirigem às diretrizes curriculares que negligenciam a formação de professores para atuar com estudantes surdos é pertinente e necessária. Ao evidenciar a lacuna entre o discurso inclusivo e a realidade da sala de aula, o artigo lança luz sobre a urgência de políticas formativas que preparem docentes e intérpretes não apenas tecnicamente, mas epistemologicamente, para lidar com os desafios do ensino da Matemática em contextos bilíngues e multiculturais.

Percebe-se que, com a mudança da BNCC, em 2018, as produções científicas sobre o pensamento algébrico se intensificaram, praticamente dobrando em número sobre esse objeto de estudo na educação básica.

Nota-se ainda uma concentração de pesquisas com temas de generalização aritmética, sequências recursivas e progressões aritméticas com proposições de resolução de situações-problemas.

Acreditamos que com as três bases de dados, pode-se constatar que alunos do ensino médio enfrentam vários desafios no aprendizado de álgebra, conforme destacado nos trabalhos de pesquisa. Esses desafios incluem dificuldades na compreensão de conceitos, padrões e aplicações algébricos, dificuldades com a compreensão de problemas, significados variáveis e operações algébricas, questões relacionadas às práticas de ensino ineficazes, bem como dificuldades em compreender conceitos, habilidades e resolução de problemas, influenciados por fatores sociais, emocionais e intelectuais.

Alunos do ensino médio enfrentam dificuldades em matemática baseadas no professor e no conteúdo, impactando suas experiências de aprendizagem. Para enfrentar esses desafios, os professores precisam desenvolver estratégias eficazes para melhorar a compreensão e o envolvimento dos alunos com o pensamento algébrico, melhorando assim seus resultados gerais de aprendizagem.

Práticas de ensino que estimulem o desenvolvimento algébrico aliadas à produção literária das tarefas de aprendizagem com sequências didáticas podem potencializar uma aprendizagem significativa.

As estratégias de ensino de álgebra mais eficazes para alunos do ensino médio incluem enfatizar a intencionalidade pedagógica da resolução de problemas e processos, usar feedback sustentado e criar um ambiente de sala de aula estruturado com uma cultura de respeito mútuo.

Professores reflexivos também informam os alunos sobre o que esperar dos testes e alertam-nos sobre possíveis erros, ao mesmo tempo em que incorporam sentido de humor no seu ensino. Alocar uma parte significativa do tempo de aula para novos materiais, ter um número moderado de transições e focar em funções, modelagem matemática e ferramentas de álgebra computacional tem se mostrado estratégias eficazes. Uma função é uma fórmula para descrever o cotidiano, ou seja, a função atua como linguagem matemática para representar os fenômenos do dia a dia. Ao construir funções para esses cenários, transformamos situações reais em expressões matemáticas, o que nos permite prever resultados, analisar padrões e tomar decisões mais conscientes. Assim, dizer que uma função é uma "fórmula para descrever o cotidiano" é afirmar que ela traduz relações do mundo real em termos quantitativos e previsíveis. Ao implementar estas estratégias, os professores podem melhorar os resultados de aprendizagem dos alunos em álgebra.

4.3 Oficina de Matemática

Uma oficina foi proposta aos estudantes do Colégio USCS, Campus Conceição, por meio de um anúncio com um QR code (Figura 1) para os interessados realizarem inscrições.

Figura 1 – Anúncio da oficina de Matemática de 2024

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Os dados de nome e endereço eletrônico foram protegidos e juntamente ao formulário da inscrição, as seguintes perguntas foram feitas:

- Qual é o seu nome?
- Qual é a sua turma?
- Qual é a data de seu nascimento?
- Qual é o seu e-mail institucional?
- O que você espera aprender?
- Qual é a sua expectativa desta oficina?

As respostas foram coletadas durante as inscrições e estão disponíveis em: https://docs.google.com/spreadsheets/d/1xn4JfbRaHp40Uxjj6ptEWp6q7ijVKdQnLVfa1al6A1A/edit?usp=sharing.

As respostas do formulário obtiveram 27 inscrições de estudantes do ensino médio, desde a primeira série à terceira série, com a seguinte distribuição: 9 estudantes da 1ªsérie (sete meninas e dois meninos), 3 estudantes da 2ª série (todas meninas) e 12 estudantes da 3ª série (dez meninas e dois meninos).

A partir da coleta dos comentários dos estudantes no momento de inscrição para a oficina de álgebra, foi realizada uma análise de conteúdo conforme os procedimentos sistematizados por Bardin (2015). Com base na técnica de similitude lexical, processada com apoio do IRAMUTEQ (Camargo; Justo, 2013), identificaram-se núcleos de sentido formados pela frequência e coocorrência de determinadas palavras no corpus textual.

O IRaMuTeQ é um software livre, desenvolvido em linguagem R e baseado na interface Python, voltado para a análise estatística de dados textuais e de tabelas de contingência. Criado por Pierre Ratinaud, o IRaMuTeQ tem como base teórica as contribuições da Análise Fatorial de Correspondência (AFC), das Representações Sociais e das técnicas de mineração textual, sendo amplamente utilizado em pesquisas qualitativas e mistas.

As palavras com maior número de ocorrências foram: “matemática” (15), “esperar” (10), “aprender” (8), “vestibular” (7), “melhor” (5), “ajudar” (3), “conteúdo” (3) e “assunto” (3). A análise de similitude revelou conexões significativas entre esses termos, como se pode visualizar tanto no Quadro 9 quanto no grafo apresentado na Figura 2, onde “matemática” atua como núcleo organizador das relações semânticas.

Quadro 9 – Frequência de palavras dos estudantes

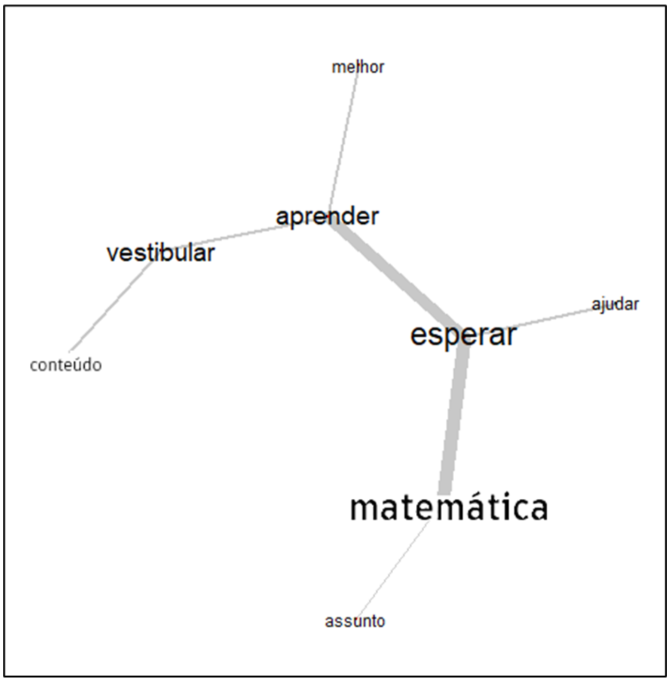
Termo	**Frequência**
Matemática	15
Esperar	10
Aprender	8
Vestibular	7
Melhor	5
Ajudar	3
conteúdo	3
assunto	3

Fonte: Elaborado pelo autor (2024) com IRaMuTeQ 0.8 alpha 7

O grafo baseado nas frequências fornecidas pelo software Iramuteq (Figura 2) ilustra o tamanho das palavras em virtude da frequência da palavra nos comentários dos alunos. Pode-se ver também a espessura entre as conexões, que foram organizadas para representar relações semânticas prováveis, como a ligação entre *"matemática"*, *"aprender"*, *"vestibular"* e *"ajudar"*.

Esse tipo de visualização é útil para destacar tanto a importância relativa dos termos quanto os campos de sentido formados pelos estudantes ao expressarem suas expectativas com a oficina.

Figura 2 – Grafo da Análise de Similitude



Fonte: Elaborado pelo autor (2024) com IRaMuTeQ 0.8 alpha 7

Seguindo Bardin (2015), a análise das unidades de contexto permitiu a formação de três categorias temáticas principais: dimensão afetiva, conceitual e funcional.

A dimensão afetiva (Quadro 10) está representada nas palavras como “esperar”, “melhor” e “aprender” revelam uma postura positiva em relação à oficina e ao papel que a matemática pode ocupar na trajetória pessoal dos estudantes. Essa dimensão revela o envolvimento emocional e as expectativas positivas em relação ao próprio desempenho.

Quadro 10 – Fala de dimensão afetiva

Fala da estudante 6
“Bastante coisa. A melhor.”
“Matemática de forma mais avançada e prática que ajude no meu desenvolvimento.”

Fonte: Categorização elaborada pelo autor (2024)

A dimensão conceitual (Quadro 11) está refletida no uso de termos como "conteúdo" e "assunto", os quais indicam o interesse dos alunos em aprofundar seus conhecimentos matemáticos formais, especialmente no campo algébrico. Essa dimensão destaca a busca por aprofundamento e superação de dificuldades.

Quadro 11 – Fala de dimensão conceitual

Fala da estudante 24
"Gostaria de aprender mais sobre conteúdos que tenho dificuldade."
"Aprofundar o assunto de equações."

Fonte: Categorização elaborada pelo autor (2024)

A dimensão funcional (Quadro 12) aparece na associação da oficina com o "vestibular" e no uso do verbo "ajudar", apontando para a expectativa de que os conteúdos abordados contribuam para o desempenho em avaliações externas e no cotidiano. Essa dimensão evidencia a instrumentalização do conhecimento matemático para fins avaliativos e escolares.

Quadro 12 – Fala de dimensão funcional

Fala dos estudantes
"Espero que a matemática me ajude porque eu sei que é importante para o vestibular."
"Melhorar meu desempenho nas provas e futuramente no vestibular."

Fonte: Categorização elaborada pelo autor (2024)

Os comentários dos alunos expressam uma articulação entre compreensão conceitual, utilidade prática da matemática e expectativas emocionais positivas, configurando uma representação social do espaço educativo como lugar de superação e preparo para o futuro.

A articulação dessas dimensões sugere que a oficina é percebida como um espaço formativo integral, no qual se entrelaçam saberes, motivações e projetos pessoais. Assim, tais falas mostram a matemática como instrumento de preparação para desafios externos, como avaliações escolares e exames seletivos, indicando uma dimensão estratégica na participação da oficina.

Esses resultados reforçam a importância de considerar tanto os aspectos cognitivos quanto os afetivos e sociais no planejamento de atividades didáticas voltadas ao ensino da álgebra e do pensamento algébrico.

Inicialmente definidos os objetivos do estudo aliado à teoria de aprendizagem significativa, foi planejado um escopo hipotético de cada encontro das oficinas. O quadro 13 ilustra o plano inicial hipotético realizado a partir dos feedbacks das inscrições. Os encontros foram idealizados com as atividades lúdicas, jogos e truques numéricos de acordo com o plano inicial.

Quadro 13 – Temática dos assuntos abordados

Encontro	Tema	Habilidades da BNCC	Expectativas de aprendizagem	Relação com o pensamento algébrico
1	Conceito de função e TALP (Técnica de Associação de Palavras).	EM13MAT101, EM13MAT201, EM13MAT302, EM12MAT307, EM13MAT401, EM13MAT501, EM13MAT504, EM13MAT510	Compreender o conceito de função e reconhecer suas representações	Introdução ao pensamento algébrico por meio da associação entre variáveis.
2	Cálculo de monômios, binômios e polinômios com e sem método geométrico	EM13MAT201, EM13MAT504, EM13MAT307	Operar expressões algébricas e reconhecer padrões estruturais.	Desenvolvimento da linguagem algébrica e uso de símbolos.
3	Variação entre grandezas constantes	EM13MAT301, EM13MAT502	Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais.	Fortalecimento da noção de regularidade e construção de modelos algébricos.
4	Representação gráfica de funções lineares	EM13MAT401, EM13MAT201, EM13MAT314	Relacionar expressões algébricas com representações gráficas.	Interpretação de expressões e gráficos.
5	Sistemas lineares e problemas contextualizados	EM13MAT301	Resolver e interpretar sistemas lineares em diferentes contextos.	Aplicação do raciocínio algébrico em situações-problema.
6	Fatoração e função quadrática	EM13MAT402, EM13MAT302, EM13MAT502	Utilizar estratégias de fatoração para resolver equações do 2º grau.	Consolidação de estruturas algébricas e análise de expressões.
7	Matrizes inversas e criptografia	EM13MAT105	Utilizar operações matriciais para codificação de mensagens.	Exploração de estruturas algébricas abancadas e aplicações práticas.
8	Sequências e progressão aritmética	EM13MAT507, EM13MAT508	Elaborar e resolver problemas envolvendo sequências numéricas.	Reconhecimento de padrões e generalizações por meio de expressões.
9	Jogo do Escape Room	-	Aplicar conhecimentos algébricos em	Mobilização do pensamento algébrico em

Encontro	Tema	Habilidades da BNCC	Expectativas de aprendizagem	Relação com o pensamento algébrico
			desafios lúdicos e interativos.	contexto de resolução criativa.
10	Mapas conceituais e pesquisa de opinião.	-	Sintetizar conhecimentos adquiridos e refletir sobre a aprendizagem.	Meta-reflexão sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

A fase reflexiva iniciou-se com o 1º encontro no dia 06 de março de 2024, com a presença de oito estudantes. No primeiro encontro, feitas as apresentações iniciais de cada aluno e professor, os alunos foram convidados a preencher um formulário de entrada com a Técnica de Associação de Livre de Palavras (TALP), de maneira a elegerem as cinco primeiras palavras que surgissem à mente deles sobre a palavra álgebra. Depois, no mesmo formulário eletrônico, eles priorizaram as palavras elencadas, colocando os números de um a cinco, sendo um, o mais importante e, cinco, o menos importante.

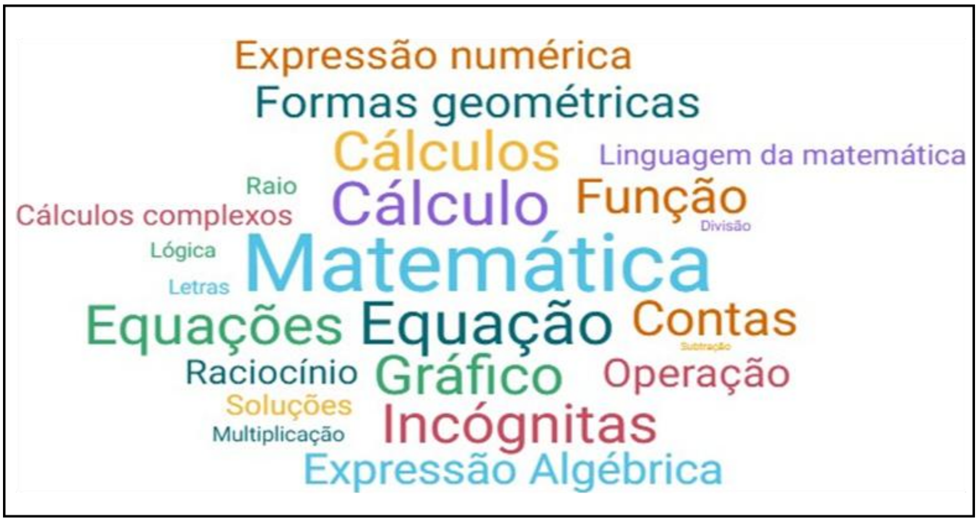
A TALP é um instrumento amplamente utilizado para investigar conteúdos latentes e espontâneos que compõem as representações sociais de indivíduos e grupos. Fundamentada na teoria das representações sociais proposta por Moscovici (2003), essa técnica parte do princípio de que os discursos cotidianos, ainda que informais, carregam estruturas simbólicas que organizam o pensamento e a ação dos sujeitos em relação a objetos do mundo social.

Através da apresentação de um estímulo, geralmente uma palavra ou expressão-chave, os participantes são solicitados a evocar, de forma imediata e não reflexiva, os primeiros termos que lhes vêm à mente. Tais evocações possibilitam o acesso ao conteúdo semântico mobilizado em torno do objeto representacional em estudo.

Do ponto de vista metodológico, a TALP se destaca por sua simplicidade operacional e por sua capacidade de captar tanto os elementos centrais quanto periféricos das representações sociais.

Organizando em uma imagem de nuvem de palavras (vide Figura 3), podemos verificar agrupamento de palavras em: matemática, equação, gráfico, incógnitas, cálculo, formas geométricas e função.

Figura 3 – Nuvem de palavras evocadas sobre álgebra



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

No contexto educacional, a aplicação da TALP tem se mostrado eficaz na identificação de concepções prévias, significados atribuídos a conceitos escolares e formas de apropriação simbólica do conhecimento. Em particular, no ensino de matemática e no desenvolvimento do pensamento algébrico, a técnica pode contribuir para revelar representações que os estudantes constroem em torno de noções abstratas, como "função", "variável" ou "equação", fornecendo subsídios relevantes para o planejamento de intervenções pedagógicas mais significativas.

De acordo com Vergès (2005), a análise das evocações pode ser feita por meio de critérios como a frequência de ocorrência dos termos e sua ordem média de aparição. A frequência está relacionada ao grau de consensualidade de um elemento no grupo social, enquanto a ordem de evocação está associada ao grau de saliência cognitiva do termo para o indivíduo. A conjugação desses dois critérios permite distinguir, de forma empírica, os conteúdos mais estruturantes de uma representação social — o chamado núcleo central — daqueles que compõem o sistema periférico, mais flexível e adaptável às experiências individuais.

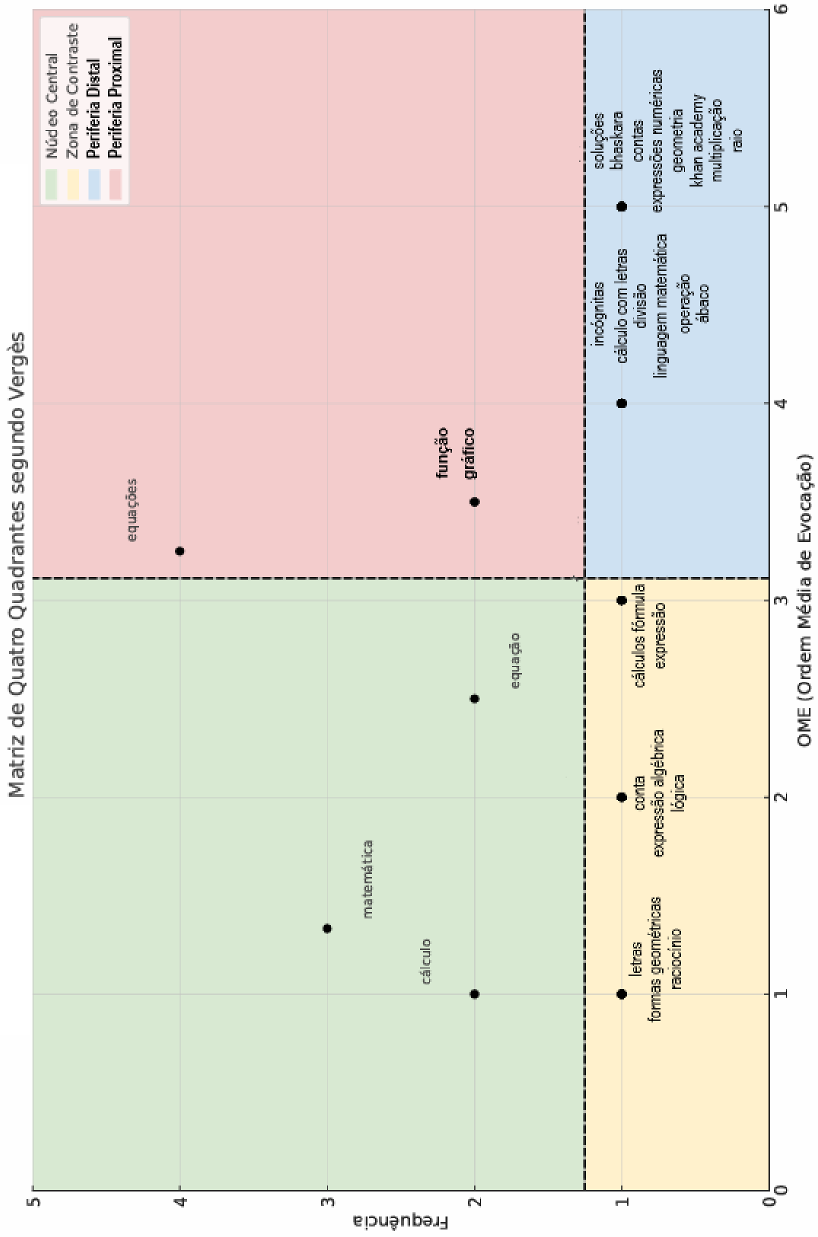
As palavras evocadas pelos alunos participantes encontram-se disponíveis em: https://docs.google.com/spreadsheets/d/1HvWee1RGxF8K0RmndIJD9R95pLh9bZQhcRU3gqCach4/edit?usp=sharing

A análise estrutural das evocações obtidas a partir do estímulo "álgebra", conforme proposta por Vergès (2005), permite compreender os elementos centrais e periféricos que compõem a representação social do conceito entre os estudantes participantes da oficina.

A matriz resultante da relação entre frequência e ordem média de evocação (OME) apresenta os seguintes destaques: núcleo central, zona de contraste, periferia proximal e periferia distal.

A seguir, na Figura 4, as palavras situadas no quadrante de alta frequência e baixa OME revelam os conteúdos mais estáveis e consensuais da representação, ou seja, os elementos centrais que organizam o pensamento coletivo sobre o objeto “álgebra”. Termos nessa posição indicam forte ancoragem cognitiva e tendem a ser os primeiros a emergir na memória dos participantes.

Figura 4 – Matriz de quatro quadrantes



Fonte: elaborado pelo autor (2024)

Por exemplo, palavras como *"equação"* ou *"cálculo"* (dependendo da frequência exata) costumam aparecer neste quadrante em estudos similares, representando a associação mais direta e institucionalizada da álgebra com sua forma escolar tradicional.

Os termos localizados no núcleo central são os mais compartilhados e prontamente acessados pela memória dos participantes. Eles formam a base estruturante da representação social da álgebra, indicando os elementos considerados essenciais e consensuais no imaginário coletivo. Os estudantes associam a álgebra a símbolos e conceitos clássicos do currículo escolar, como equações e gráficos, o que aponta para uma compreensão fortemente ancorada na prática matemática formal. Isso revela a internalização de uma visão escolarizada da álgebra, o que pode facilitar a abordagem de temas como funções e modelagem.

No quadrante da Zona de Contraste, encontram-se palavras de alta frequência, mas com evocação mais tardia (alta OME). Esses termos, embora recorrentes, não ocupam posição central nas estruturas cognitivas imediatas dos sujeitos. Podem refletir subgrupos dentro da amostra ou aspectos relevantes para alguns estudantes, mas não centrais para todos. Palavras como *"cálculo"*, *"fórmula"* ou *"conta"* podem surgir aqui, indicando complexificação da representação ou associações conceituais mais elaboradas.

Nele se encontram termos pouco frequentes, mas que apareceram com rapidez entre os que os mencionaram. São significados salientes para subgrupos, possivelmente associados a experiências específicas ou percepções individuais.

Esses termos sugerem uma visão operacional ou simbólica da álgebra, indicando o papel das letras e incógnitas como característica distintiva. Mesmo que não tenham alto consenso, são relevantes para alguns estudantes e podem indicar entraves ou facilitadores cognitivos.

A Periferia Proximal ou Superior é caracterizada por baixa frequência, mas evocação imediata, essa zona abriga termos que são significativos para poucos participantes, porém muito salientes para quem os evoca. São indicadores de experiências pessoais, afetivas ou diferenciadas. Na oficina, essa zona revelou termos como *"equações"*, *"função"* e *"gráfico"*, mostrando como alguns alunos projetam a álgebra para os exames vestibulares.

Os termos deste quadrante são pouco lembrados e pouco compartilhados. Compõem a zona periférica da representação, com significados mais instáveis ou circunstanciais.

Embora menos relevantes do ponto de vista coletivo, esses elementos podem sinalizar conexões afetivas ou críticas dos estudantes com a álgebra, tais como função e gráficos. Quando mencionados, tendem a refletir emoções, experiências escolares negativas ou relações com o mundo real.

O Quadrante da Periferia Distal ou Inferior são palavras de baixa frequência e evocação tardia. São geralmente elementos mais periféricos e contextuais, com menor relevância coletiva. Ainda assim, podem ser explorados didaticamente como pontos de entrada para diversificar as abordagens ou valorizar a pluralidade de sentidos atribuídos pelos estudantes.

Termos com alta frequência, mas não evocação imediata, representam elementos familiares, mas que não surgem como prioritários. Compõem o sistema periférico estável da representação. Palavras como incógnitas, geometria e cálculo com letras são termos que podem ser considerados instrumentais ou complementares, ou seja, importantes para a prática da álgebra, mas não centrais na sua representação mental. Funcionam como apoios à estrutura central e podem ser reforçados em práticas pedagógicas integradas.

A estrutura quadripartida obtida permite ao educador compreender não apenas o que os estudantes pensam sobre álgebra, mas como esses sentidos se organizam cognitivamente. Tal compreensão é essencial para que as atividades da oficina possam partir dos significados já compartilhados (núcleo central), mas também explorem as zonas de contraste e periferias como espaço de ressignificação e ampliação das representações.

A compreensão da estrutura representacional da álgebra entre os estudantes permite planejar intervenções pedagógicas mais significativas, aproximando os conteúdos escolares das representações prévias dos alunos. O fato de termos como *“equação”* e *“cálculo”* ocuparem o núcleo central, por exemplo, indica que essas noções são entendidas como centrais à ideia de álgebra, o que pode ser ponto de partida para explorar novas abordagens.

Por outro lado, a presença de elementos mais afetivos ou contextuais nos quadrantes periféricos revela outras dimensões simbólicas da aprendizagem, como o papel da álgebra na vida cotidiana ou sua relação com a identidade estudantil, que também merecem atenção.

Os resultados da técnica de associação de palavras permitiram compreender o conhecimento prévio dos alunos participantes e a reformular as temáticas de encontros, focando em atividades de funções de 1º e 2º graus. A descrição detalhada encontra-se na seção de resultados.

A oficina seguiu-se então com uma breve explicação da noção básica de função, citando aspectos históricos de civilizações antigas às definições propostas mais modernas. Foi comentada a influência do matemático Euler quanto à notação matemática de função. Foi explicada a origem etimológica da palavra álgebra.

Os alunos foram divididos em duplas, longe uns dos outros. A turma estava composta de estudantes da 3ª série do ensino médio com uma minoria da 2ª série do ensino médio. Ao explicar os conceitos básicos do que é ou não é função, citei o autor, matemático inglês, James Stewart. No livro intitulado "Cálculo", o autor compara função a uma máquina que possui uma entradade dados, transforma esses dados de alguma maneira e provê uma saída desses dados, caracterizando, assim, a entrada de x e a saída de y.

Todos os alunos estavam com olhares fixos, prestando atenção à minha fala. Minha fala procurou ser realizada com clareza, pausadamente, sem falar muito rápido. Utilizei uma entonação de voz compatível com a quantidade de alunos.

Posteriormente, eu iniciei as escritas usando giz na lousa tradicional. Demonstrei que, através de um gráfico de uma função linear e 2 pontos com coordenadas no plano cartesiano, é possível escrever a lei de formação de uma função linear.

Logo em seguida, distribui as folhas com a atividade para cada aluno. Comecei a observar como cada um progredia, ao preencherem as tarefas. A parte mais interessante dessa atividade foi estimular o pensamento algébrico funcional através de dois conjuntos representados por um diagrama de Venn, de modo que cada dupla escrevesse a função identificando um padrão possível na relação dos dois conjuntos apresentados.

Para minha surpresa, de cerca de oito estudantes, um aluno da 3ª série depois de alguns minutos, conseguiu identificar a relação que não era uma relação direta com uma constante, ou seja, era necessário efetuar uma multiplicação do coeficiente de "x" e depois subtrair um coeficiente linear. Esse estudante conseguiu encontrar o padrão da lei de formação da função linear sem necessariamente construir um gráfico no papel quadriculado.

Em contrapartida, uma das alunas da 2ª série seguiu a tarefa sem identificar o padrão e teve dificuldade ao desenhar o gráfico, pois pediu ajuda que não estava conseguindo localizar as coordenadas do ponto (x, y). Após ajudá-la a plotar os pontos no plano cartesiano, ela conseguiu realizar a tarefa, calculando o coeficiente angular e depois o coeficiente linear, utilizando os pontos dados na equação da reta conforme havia apresentado.

No segundo encontro, realizado no dia 13 de março de 2024, compareceram oito estudantes. Retomei as recordações da semana anterior, trazendo o tema da palavra álgebra em foco. Nesse dia, houve a ausência de uma dupla de alunos da 3ª série do ensino médio. Todavia, uma aluna nova da 1ª série do ensino médio, juntamente com uma outra aluna da 3ª série do ensino médio, passaram a frequentar a oficina de matemática e, portanto, o número de estudantes permaneceu em oito alunos.

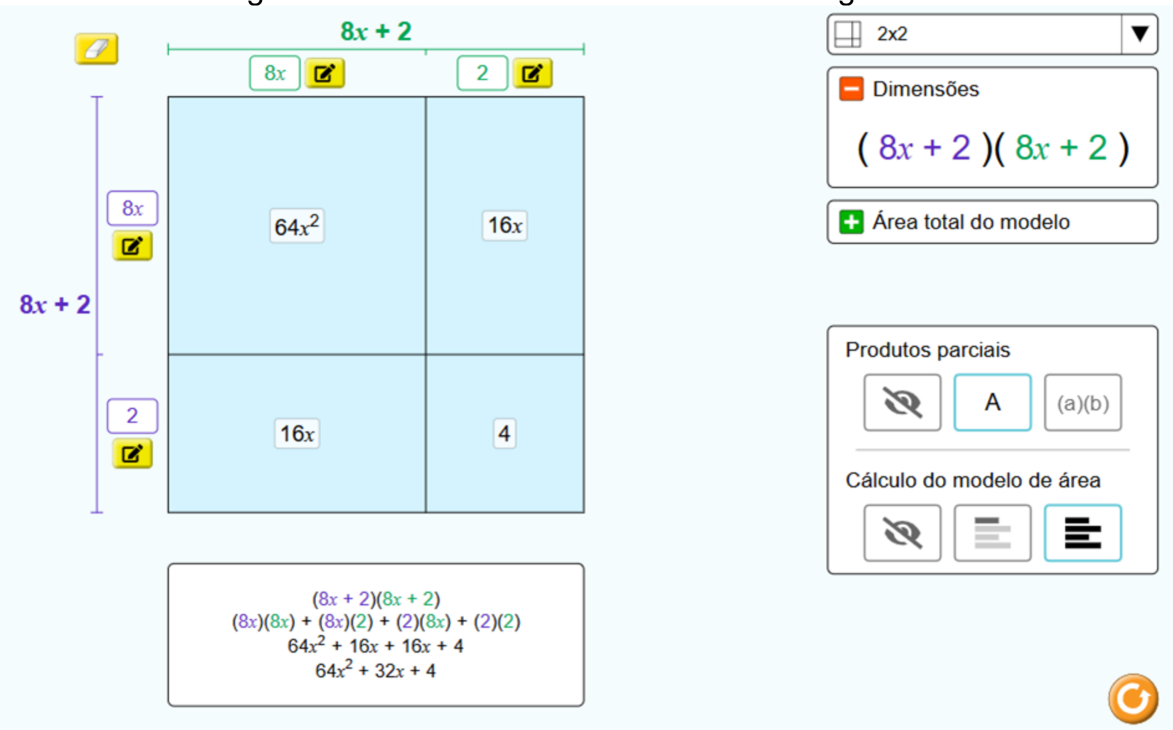
A oficina foi iniciada com uma breve explicação a respeito do que é um monômio e o que é um binômio. Em uma conversa com os alunos, observei uma lacuna de aprendizagem na definição clara de binômio por meio da linguagem matemática. Então, ao explicar o que é um monômio, dei exemplos de letras, que podem ser letras isoladas ou letras com produto de multiplicação entre elas. Por exemplo, xy, quer dizer x vezes y mesmo sem a pontuação de multiplicação. Ou ainda x vezes y ao quadrado significam produtos de letras com expoentes diferentes, denominados monômios. Depois, expliquei o que é um binômio e nessa parte deixei claro que um binômio pode ser tanto a soma ou a diferença entre duas letras, ou ainda a soma ou a diferença entre uma letra e um número e vice-versa. Após isso, expliquei o termo trinômio e dei enfoque no termo trinômio quadrado perfeito.

Foi então que propus uma atividade utilizando figuras geométricas como o cálculo da área de um polígono. Eram quadrados, cujos lados estariam decompostos em monômios. Então, dado um valor de segmento do lado, os alunos tinham que decompor esse valor por uma expressão algébrica cuja multiplicação fosse a área solicitada. A intencionalidade dessa atividade da oficina logo no segundo encontro se deu como um preparatório dos encontros futuros em que os estudantes desenvolveriam respostas de funções quadráticas sem o uso da fórmula resolutiva da equação de 2º grau, por exemplo, por meio do método de fatoração.

Procurei desenvolver atividades com polígonos que representam trinômios quadrados perfeitos, embora tenha também ilustrado na lousa, para os estudantes, figuras retangulares que representam trinômios quadrados não perfeitos. Naquele momento, citei o método de resolução de equações quadráticas para completar o quadrado.

Durante a decomposição, algumas atividades de monômios envolveram expressões com sinais negativos. Sabemos que a interpretação de sinais negativos com figuras geométricas planas deve ser lecionada com o conceito de função modular, pois na geometria plana, evidentemente, não existem medidas negativas. De qualquer maneira, utilizando o simulador da Universidade do Colorado (Figura 5), expliquei que as medidas negativas deveriam ser consideradas, dado o estudo das equações quadráticas.

Figura 5 – Modelo de área com variáveis algébricas



Fonte: Simulador disponível em https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/area-model-algebra

Dada essa explicação, os estudantes não tiveram dificuldade de compreender, por exemplo, o desenvolvimento do quadrado de uma diferença versus o uso do quadrado da soma.

Ficou mais fácil entenderem do que decorar a regra do desenvolvimento do quadrado da soma. E isso se deu pelo uso de figuras planas, inspirado em Al-Khwarizmi.

No terceiro encontro, realizado no dia 20 de março de 2024, tivemos um número menor de estudantes (sete). Um dos estudantes de uma aula de reforço de Matemática veio unir-se à oficina nesse dia, pois a professora de reforço estava afastada com gripe. Era um estudante da 2ª série do ensino médio. Permiti que ele participasse da atividade, cujo objetivo foi estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico funcional por meio de situações-problema que demonstrassem uma constante de proporcionalidade entre duas grandezas.

Procurei utilizar uma tarefa interdisciplinar em uma das questões, sendo a última questão citada com conhecimentos primitivos da disciplina de física. Comecei a explicar usando a lousa e giz e, primeiramente, demonstrei que a constante de proporcionalidade pode ser escrita não como uma simples regra de três, mas que eles poderiam escrever uma letra, como a letra “k” minúscula. Ou ainda, usar a forma geométrica de uma caixa vazia sem uma letra, ou seja, um quadrado ou signo de uma figura, demonstrando que essa letra ou símbolo poderia ser igual à relação entre as duas variáveis, isto é, uma proporção de uma grandeza por outra.

Percebi que algumas alunas da 3ª série do ensino médio estavam condicionadas a tentar resolver as questões por meio de regras de três e quando demonstrei essa possibilidade do uso de uma constante, no exemplo, uma letra “k”, notei que era uma novidade para o conhecimento dessas alunas. As tarefas de aprendizagem referente ao tema de constante de proporcionalidade estarão com os resultados descritos na seção de análise de conteúdo.

À medida que as primeiras sessões da oficina foram sendo realizadas, perguntei aos alunos qual era a opinião deles sobre os temas e abordagens de exposição dos conteúdos.

Com base no depoimento dos alunos quando perguntados sobre as propostas dos temas seguintes, os alunos da 3ª série do ensino médio solicitaram a inclusão de mais atividades lúdicas ao invés da abordagem proposta inicialmente para os últimos encontros. Uma vez que tais alunos da 3ª série do ensino médio já haviam estudado matrizes incluindo contextualização de problemas em inglês e espanhol por meio de matrizes de Caroll no ano anterior, bem como atividades de codificação e decodificação de mensagens criptografadas elaboradas pelos alunos em grupos, atendi à solicitação deles e modifiquei a estrutura da sequência didática:

<u>1º encontro</u>: conceito de função (EM13MAT101, EM13MAT201, EM13MAT302, EM12MAT307, EM13MAT401, EM13MAT501, EM13MAT504, EM13MAT510). TALP (Técnica de Associação Livre de Palavras).

<u>2º encontro</u>: cálculo de monômios, binômios e polinômios com e sem método geométrico (EM13MAT201, EM13MAT504, EM13MAT307).

<u>3º encontro</u>: desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de situações que envolvam variação entre grandezas que ocorrem de maneira constante (EM13MAT301, EM13MAT502).

<u>4º encontro</u>: uso de representação gráfica de funções para resolver e elaborar problemas de funções lineares (EM13MAT401, EM13MAT201, EM13MAT314).

<u>5º encontro</u>: resolução de sistemas lineares e problemas contextualizados (EM13MAT301).

<u>6º encontro</u>: uso de fatoração para resolver situações-problemas que possam ser expressas por meio da função quadrática (EM13MAT402, EM13MAT302, EM13MAT502).

<u>7º encontro</u>: uso de matrizes para jogo do dilema do prisioneiro.

<u>8º encontro</u>: jogo do Escape Room.

<u>9º encontro</u>: elaboração de jogo do Escape Room matemático pelos alunos.

<u>10º encontro</u>: elaboração de mapas conceituais e pesquisa de opinião de saída.

No quarto encontro, realizado no dia 27 de março de 2024, apresentaram-se seis estudantes. Mostrei para os alunos gráficos de função linear representando movimento uniforme descritos pelas leis da física. Apesar de os alunos de 1ª série não terem tido na disciplina de matemática as funções trigonométricas básicas (seno, cosseno e tangente), indiquei que, em gráficos do movimento linear de velocidade versus tempo, pode-se calcular odeslocamento pela área descrita pelo polígono que se forma no gráfico.

Posteriormente, projetei as questões do PISA 2022 e dividi os alunos em dois pares: uma dupla de alunas e uma dupla de alunos. Eles realizaram os exercícios do PISA 2022, compartilhados por Brasília, interpretando os gráficos neles contidos.

No quinto encontro, realizado no dia 17 de abril de 2024, após as semanas de provas parciais do Colégio Universitário da Universidade Municipal de São Caetano do Sul, dois alunos receberam uma lista de exercícios do cotidiano e da vida os quais são modelados por sistemas lineares 2 x 2. A seguir, foi solicitado para que eles elaborassem perguntas autorais sobre sistemas lineares. A oficina prosseguiu com um aluno da 1ª série do ensino médio que havia recentemente sido transferido de escola particular do Rio Grande do Sul. Apresentei ao aluno um problema envolvendo um sistema linear 3 x 3, o qual ele desenvolveu via método de substituição e, com pensamento algébrico e um toque de genialidade, interpretou uma equivalência, o que o ajudou a resolver o problema (observação: a esse aluno ainda não foi apresentado os métodos de escalonamento e regra de Cramer, conteúdos de 2ª série do ensino médio no Colégio USCS).

O sexto encontro, realizado no dia 24 de abril de 2024, foi uma sessão emocionante. A tarefa de aprendizagem enfocava o uso de outros métodos de se resolver uma equação quadrática: por fatoração e pela fórmula resolutiva de equação de 2º grau. Infelizmente nenhum dos dois alunos presentes nesse dia da oficina sabiam quais eram esses métodos. Utilizei a lousa e o giz para lhes apresentar o método da fatoração e o método de completar o quadrado. Que desafio tão pouco tempo para mostrar-lhes que, além de memorizar a fórmula resolutiva da equação de 2º grau, eles poderiam usar outros métodos para encontrar as raízes das equações quadráticas. Eles realizaram a tarefa de aprendizagem em duplas e com sucesso.

No sétimo encontro, realizado no dia 08 de maio de 2024, tivemos quatro estudantes. Foi realizado o jogo doDilema dos Prisioneiros, com os alunos dispostos em duplas produtivas. O Dilema doPrisioneiro é um problema clássico da Teoria dos Jogos que ilustra a situação de doisprisioneiros que devem escolher entre trair ou cooperar, mas não podem se comunicar. Expliquei as regras conforme a seguir.

Na história do dilema dos prisioneiros, dois homens suspeitos, A e B, são presos pela polícia. Como não existem provas suficientes para condená-los, eles são mantidos em celas diferentes e interrogados pelos investigadores da Polícia Científica. A ambos é oferecido o mesmo acordo: se um deles confessar o crime (ou seja, delatar o parceiro) e o outro permanecer em silêncio, quem confessou sai livre enquanto o cúmplice silencioso cumpre dez anos.

Se ambos ficarem em silêncio (colaborarem um com o outro), a polícia só pode condenar cada um dos suspeitos a um ano de prisão.

Se ambos confessarem (traírem o comparsa), cada um ficará cinco anos na cadeia. Cada prisioneiro toma a decisão sem saber da escolha do outro, pois não podem conversar.

Uma forma algébrica para mostrar essa interação humana é usar uma matriz de resultados. Em uma matriz, os valores à direita referem-se ao Prisioneiro A e, os da esquerda, ao Prisioneiro B.

As penas de prisão estão descritas em cada célula. Quanto menor o valor da pena, melhor para os prisioneiros.

Considerando os incentivos do jogo, existe uma única decisão racional a tomar: “trair”. Imagine que você é o Prisioneiro A:

Se o Prisioneiro B escolher colaborar, você pega um ano de prisão se também colaborar, mas sai livre se trair.

Se o Prisioneiro B escolher trair, você leva dez anos de prisão se colaborar, mas apenas cinco anos se trair.

A estratégia dominante é trair, mesmo que pareça contraintuitivo. O Dilema dos Prisioneiros nos mostra como, em certas situações, a busca pelo interesse próprio pode levar a resultados diversos para todos. Inicialmente realizei duas rodadas com duas duplas. Na primeira rodada, o aluno da 1ª série do ensino médio jogou com uma aluna da 3ª série e decidiu, após a resposta dada em segredo dela, traí-la, enquanto a decisão dela foi de permanecer em silêncio. Foi o ganhador da jogada. A outra dupla permaneceu sem trair. Desenhei uma matriz na lousa, expliquei as combinações de linhas e colunas. A segunda rodada me surpreendeu, pois acreditava que a estratégia utilizada pelo primeiro estudante seria utilizada de forma em geral. No entanto, todos resolveram pela não traição. Portanto, houve empate. Novamente, refiz a matriz na lousa e o aluno explicou que decidiu não trair devido à incerteza da resposta do colega. Todos decidiram não trair o comparsa.

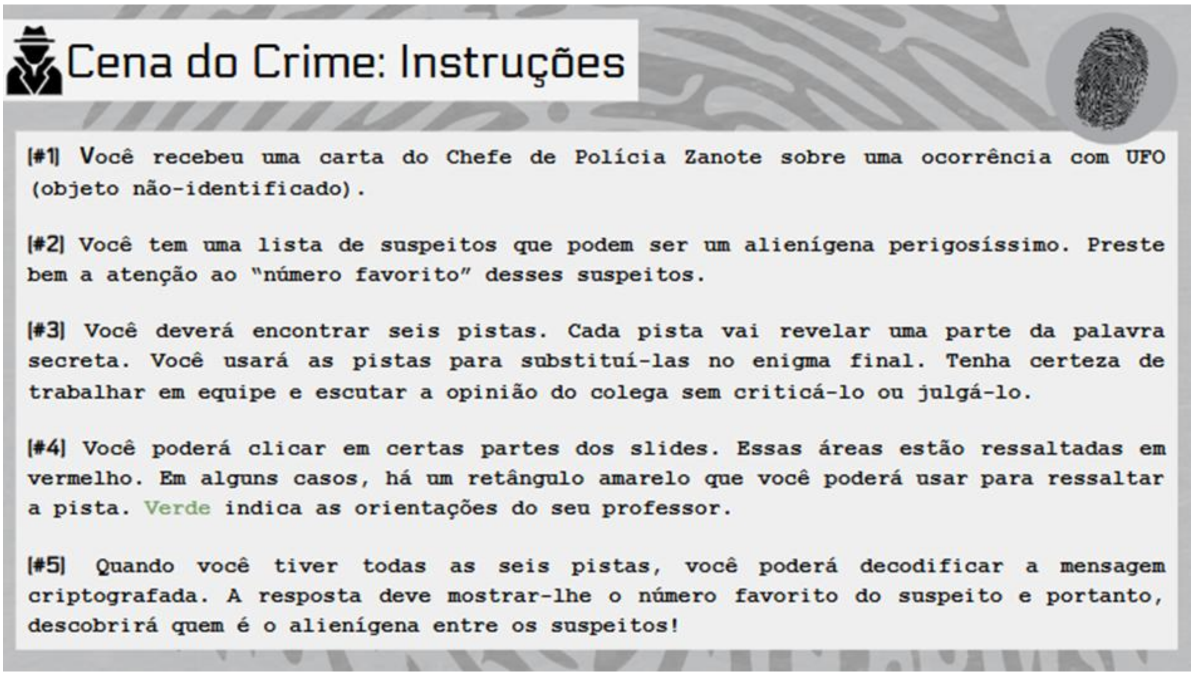
No oitavo encontro, realizado no dia 15 de maio de 2024, foi realizado o jogo do Escape Room, de modo digital e projetado para os cinco alunos presentes. O jogo do escape room teve a participação de professores das disciplinas de humanas, geografia e história e um professor de física. O material proposto para conduzir o pensamento algébrico dos alunos está disponível em formato digital no link: https://docs.google.com/presentation/d/1lIYfe2IMHYRIaAfKz4WlsDw3Fl8WGoTGMPm-n9yCD-U/edit?usp=sharing e nas Figuras 6, 7 e 8.

Figura 6 – Atividade do escape room de álgebra

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

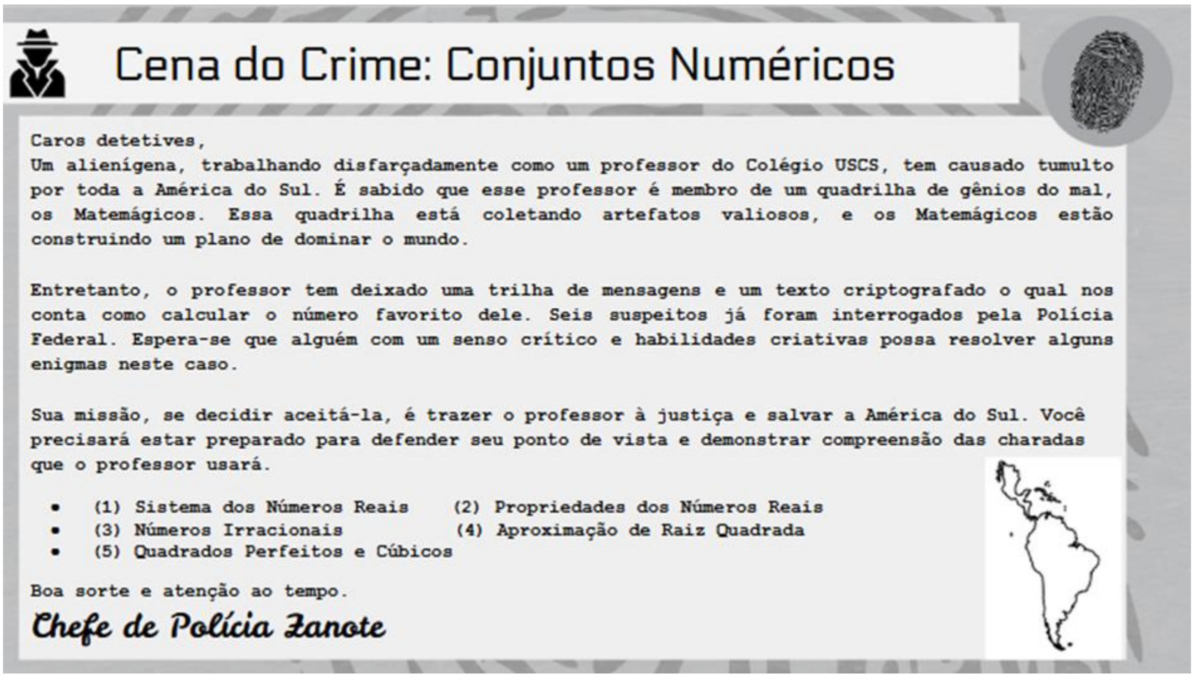
Os três alunos participantes conseguiram desvendar os enigmas e testaram o formato do material.

Figura 7 – Contextualização do jogo de escape room de álgebra



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Figura 8 – Definição dos temas de álgebra por meio lúdico



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

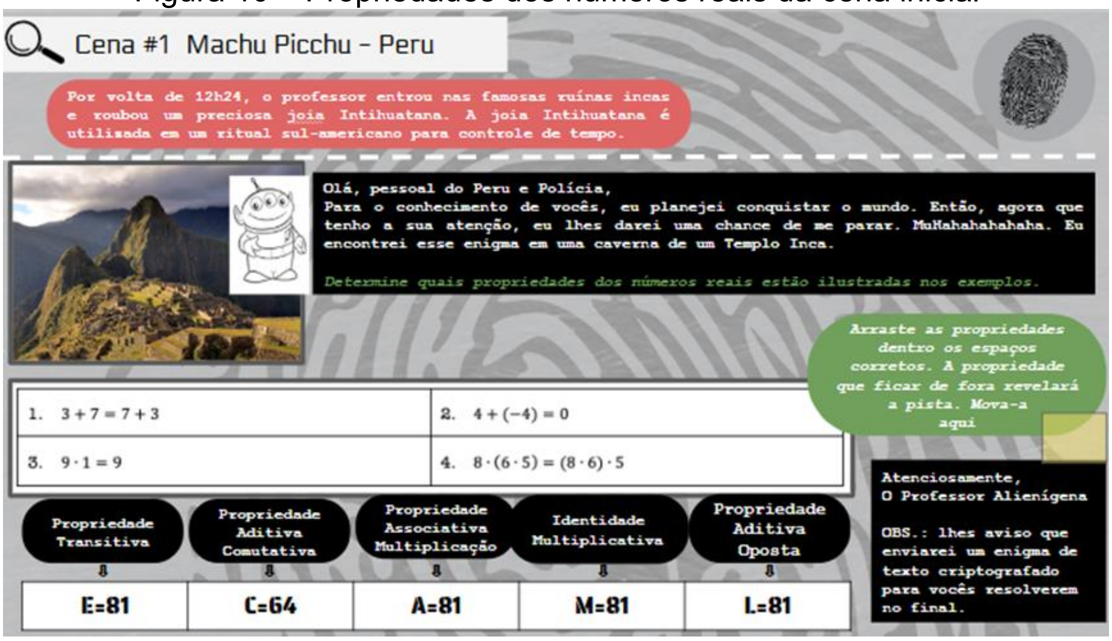
Foi utilizado um projetor e o jogo foi apresentado via Google Apresentações. Inicialmente, a história do jogo mobilizou os temas de conjuntos dos números reais, definição de números irracionais e as aproximações de raízes quadradas bem como as propriedades algébricas dos números reais. Os professores de português, geografia, história e física (Figura 9) participaram no quadro de suspeitos, incentivando os estudantes a descobrirem por meio de enigmas algébricos qual o número favorito do suspeito para assim ganhar o jogo.

Figura 9 – Objetivo do jogo é descobrir o alienígena bandido

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

A primeira cena acontecia no Perú, em um Templo Inca (Figura 10). A história foi narrada e, posteriormente, o enigma matemático foi descrito. Para avançar no jogo, os alunos tiveram que determinar quatro propriedades dos números reais dentre cinco disponíveis. Cada propriedade estava relacionada a uma letra, e cada letra a uma dezena. A propriedade que não fosse relacionada e restasse no final da primeira cena seria a pista inicial.

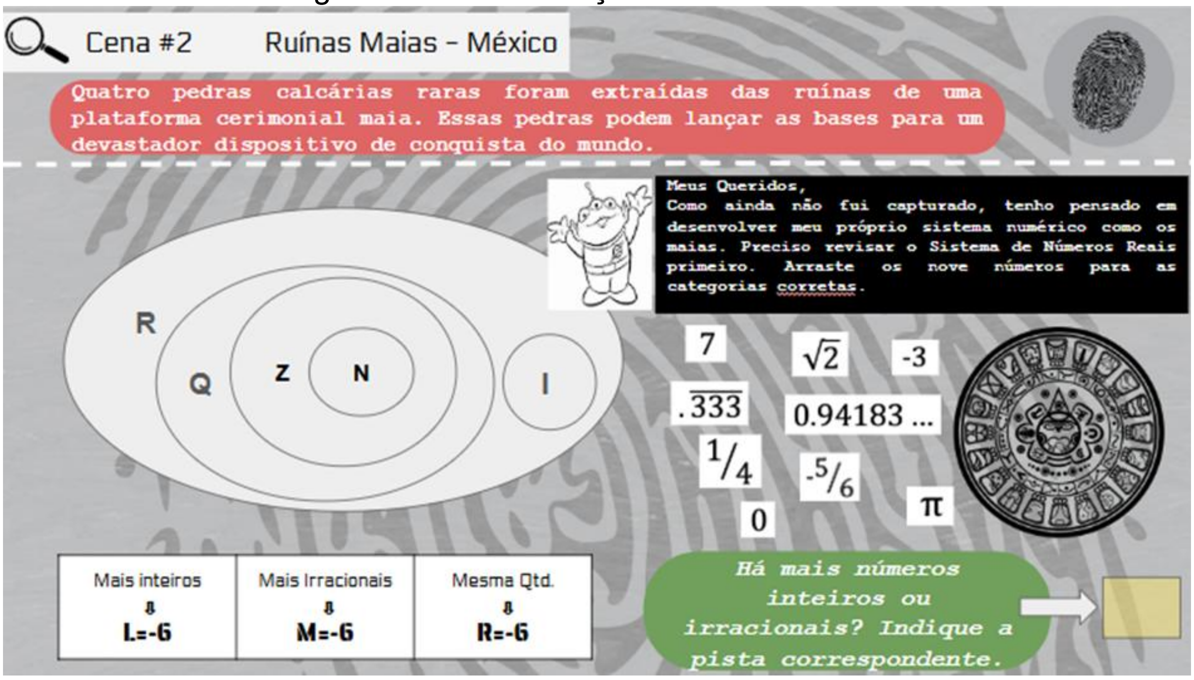
Figura 10 – Propriedades dos números reais da cena inicial



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

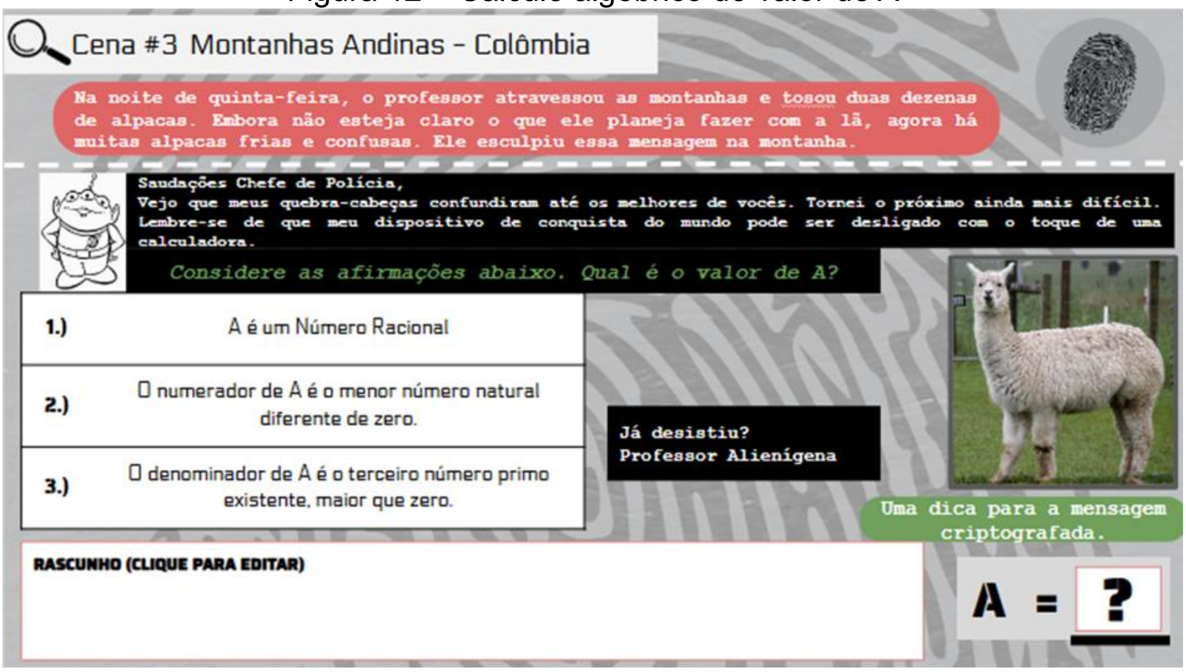
A segunda cena foi situada no México (Figura 11). Os alunos tinham que classificar cada número apresentado como inteiro ou irracional e, a partir da contagem, verificar a próxima pista.

Figura 11 – Classificação de números reais



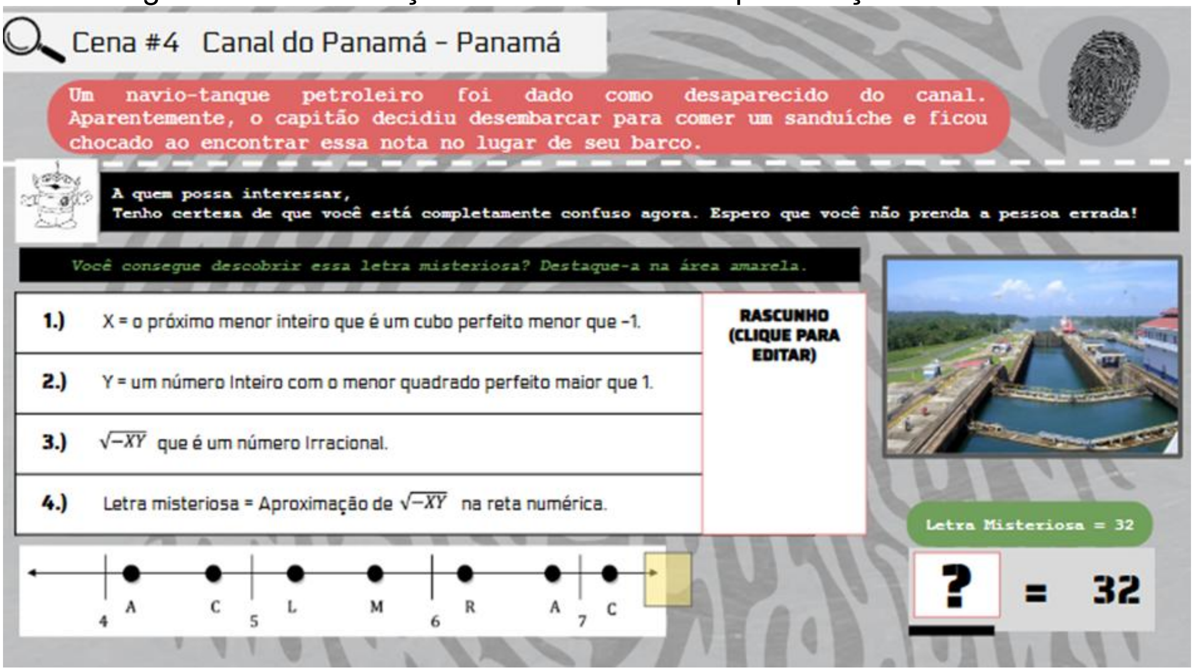
Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Figura 12 – Cálculo algébrico do valor de A



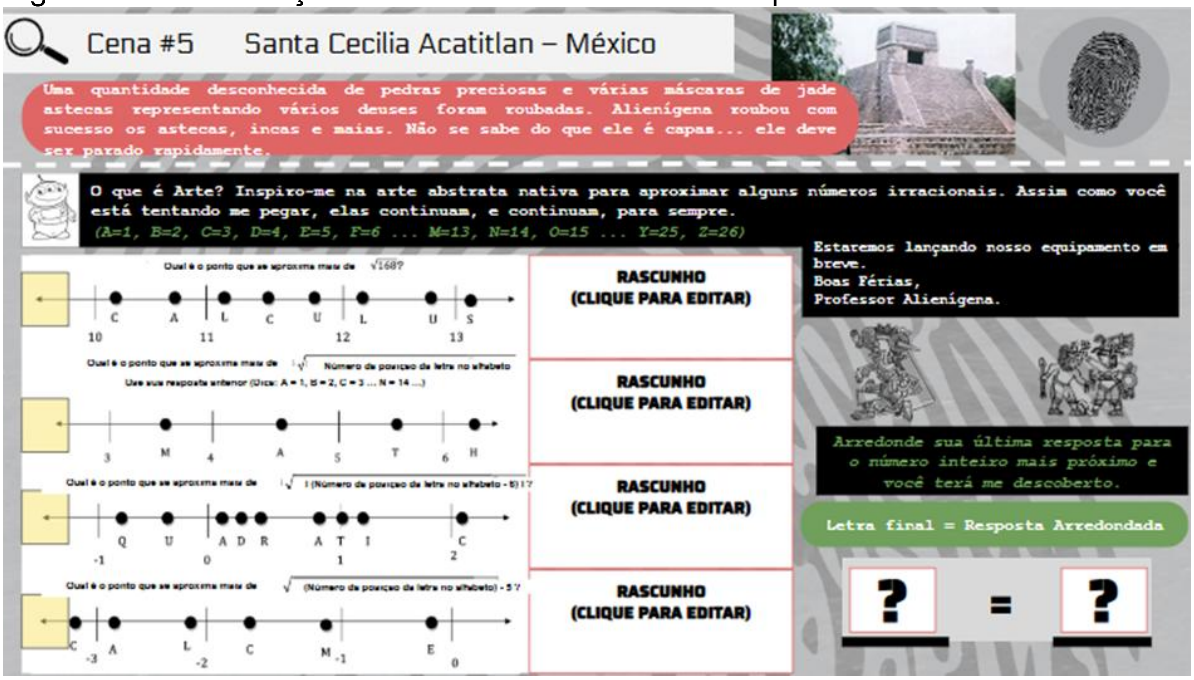
Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Figura 13 – Localização de irracional com aproximação na reta real



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

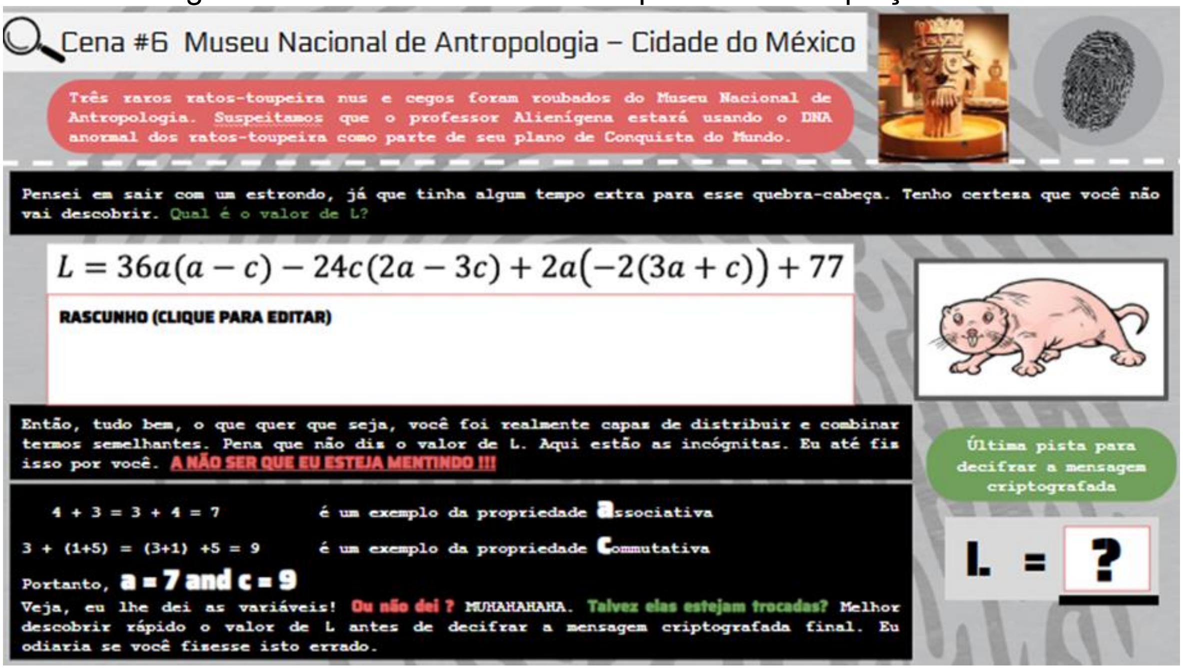
Figura 14 – Localização de números na reta real e sequência de letras do alfabeto



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

As cenas (Figuras 12, 13 e 14) possibilitaram o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de uso de incógnitas em radiciação, cálculo de raízes quadradas de números não perfeitos por aproximação e cálculo do valor das letras por equações lineares simples (Figura 15).

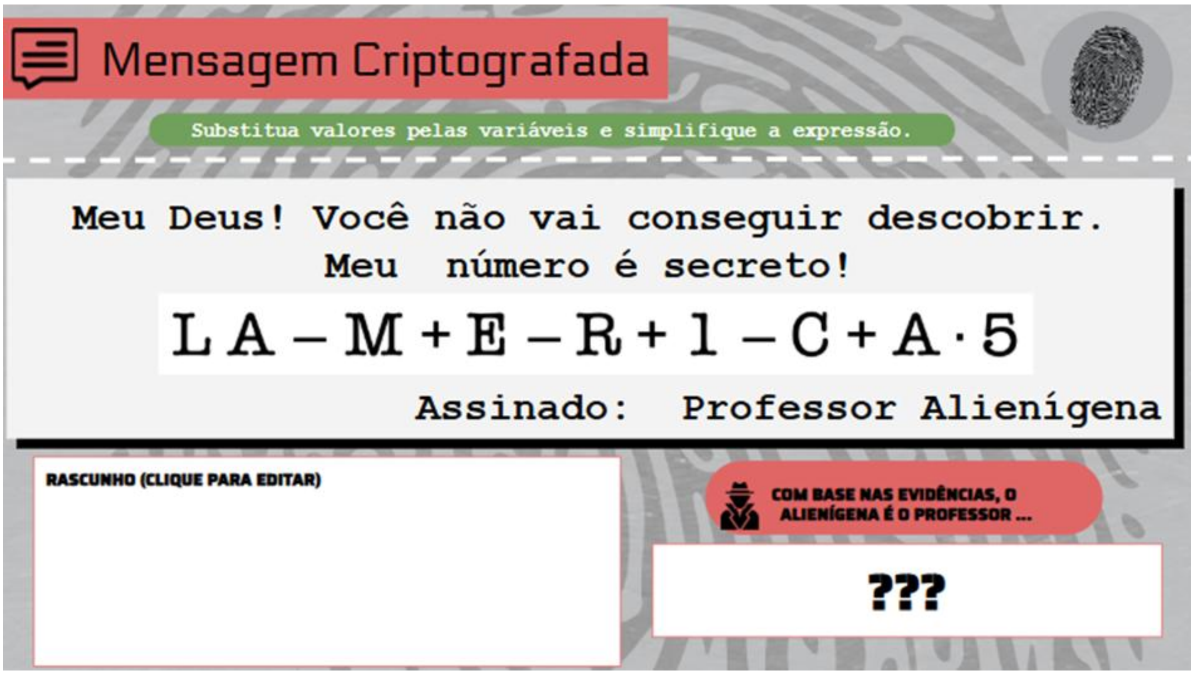
Figura 15 – Cálculo do valor de L por meio de equação linear



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

No fim do jogo, com os valores de cada letra calculados, os alunos calcularam o número favorito através da expressão algébrica (Figura 16), e descobriram que o professor de história era o alienígena.

Figura 16 – Cálculo do número favorito



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Os alunos demonstraram interesse por criar um escape room o qual fosse semelhante com jogos preferidos deles. Incentivando a criatividade e o pensamento algébrico, orientei os alunos na criação de um escape room matemático testado pelos alunos de outras turmas durante o mês de novembro de 2024. O nome do jogo inspirador do escape room criado em conjunto com os alunos da oficina é “Keep talking and nobody explodes”. O passo a passo do processo de criação do escape room envolvendo os alunos é parte do produto educacional da presente dissertação.

No nono encontro, realizado no dia 22 de maio de 2024, compareceram quatro estudantes. Foi realizada uma sessão de criação do jogo do Escape Room para promoção do pensamento algébricofuncional, de modo presencial e projetado pelos alunos e mediado por mim e pela professora de matemática convidada, Profa. Cínthia Bergamo Bianca, entusiasta de jogos de escape room tradicionais. O jogo do escape room educacional proposto obteve cinco enigmas, sendo três deles inicialmente elaborados pelos próprios alunos em conjunto com os professores presentes. Painéis com enigmas envolvendo gráficos de função linear foram propostos e depois testados por alunos do Colégio USCS.

No décimo e décimo primeiro encontro, realizado respectivamente, nos dias 29 de maio e 5 de junho de 2024, foram realizadas sessões explicativas sobre a criação de mapas conceituais, com quatro estudantes em cada dia.

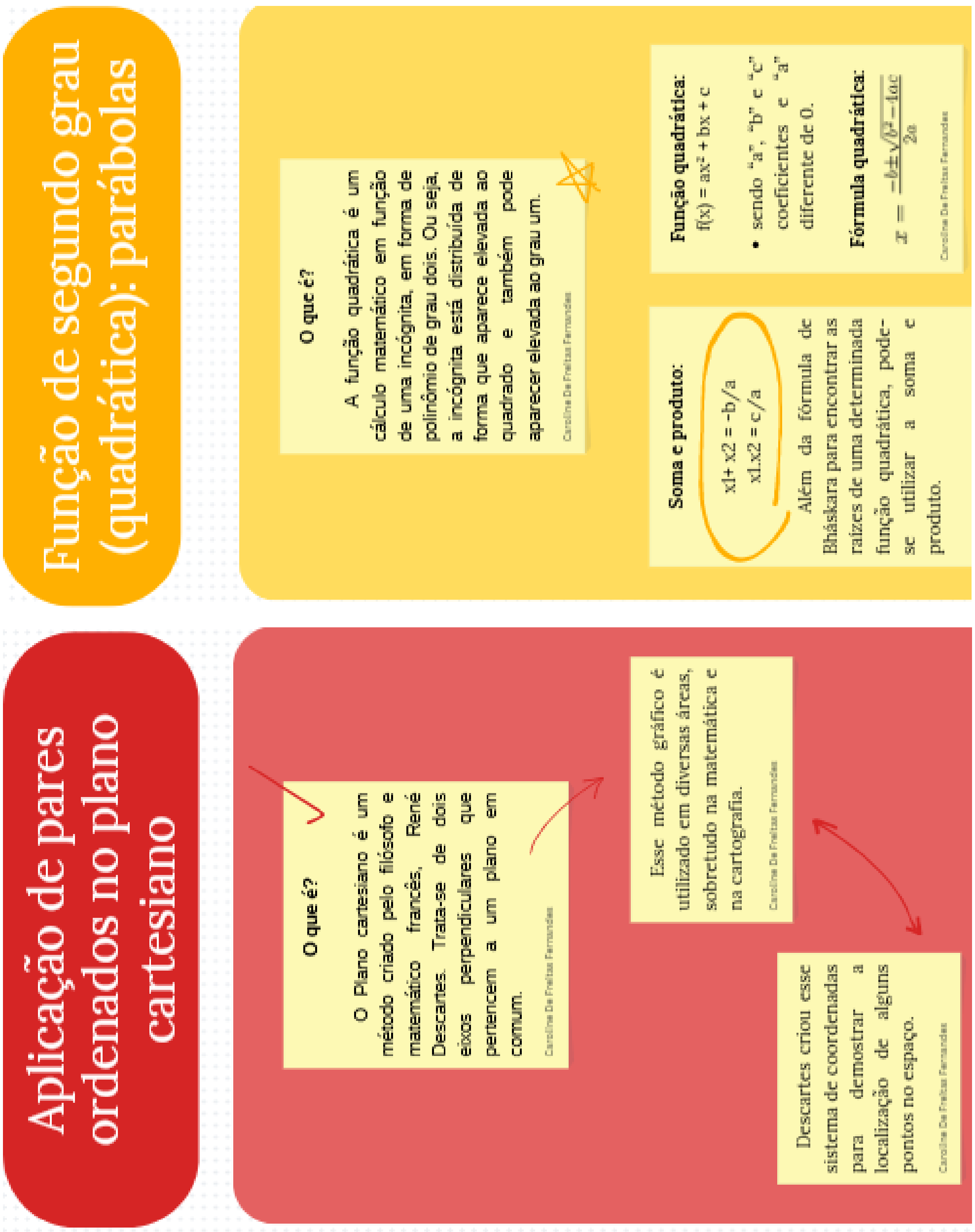
Em termos de validação dos mapas conceituais, os estudantes realizaram a atividade, sendo escolhido um dos mapas conceituais como figura de conceitos algébricos tratados, discutidos e exercitados durante as sessões da oficina.

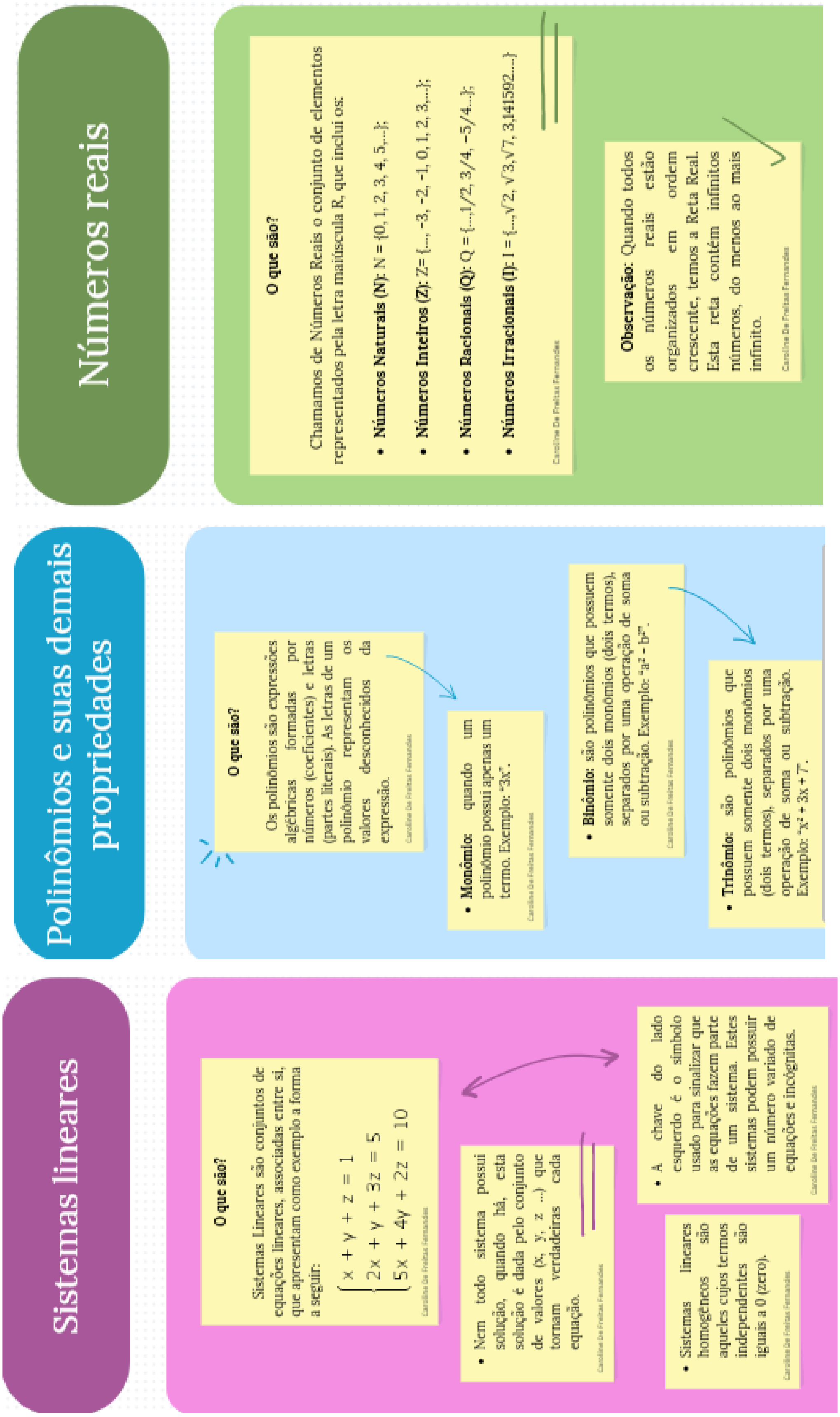
Os mapas conceituais constituem-se como importantes ferramentas pedagógicas para promover a aprendizagem significativa em contextos educacionais da educação básica. Fundamentados na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003), esses mapas favorecem a organização visual das informações por meio de conceitos e suas relações hierárquicas, permitindo que estudantes construam novos conhecimentos com base em conhecimentos prévios já existentes.

Na educação básica, especialmente nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio, os mapas conceituais são frequentemente utilizados para auxiliar alunos na organização, síntese e representação visual de conteúdos complexos, ajudando-os a desenvolver habilidades cognitivas superiores, tais como análise, síntese e avaliação crítica (Moreira, 2011b).

A Figura 17 apresenta o mapa conceitual de uma aluna que participou da oficina.

Figura 17 – Mapa conceitual de aluna nº 1 da oficina





Fonte: elaborado por aluna nº 1 da oficina

Os alunos com frequência mínima de 75% obtiveram certificado de participação da oficina. Com a duração de mais de seis meses, uma dificuldade foi a manutenção da frequência em semana de provas bem como demais dias importantes do calendário escolar. A frequência dos alunos participantes pode ser observada no Quadro 14.

Quadro 14 – Frequência dos alunos nos encontros da oficina

Turma	**Nº**	06/03	13/03	20/03	27/03	03/04	10/04	17/04	24/04	08/05	15/05	22/05	29/05	05/06
2ªC	Aluna 1	X	X	X				X		X	X	X	X	X
3ªI	Aluna 2	X	X	X	X						X	X		
3ªI	Aluna 3	X			X									
3ªI	Aluno 4	X	X	X	X					X	X	X	X	X
3ªD	Aluna 5	X	X											
3ªD	Aluna 6	X												
3ªC	Aluna 7		X	X										
2ªJ	Aluna 8	X	X	X	X				X	X			X	X
3ªP	Aluna 9	X			X									
3ªC	Aluna 10		X											
1ªH	Aluna 11		X	X										
2ªJ	Aluno 12			X										
1ªO	Aluno 13				X			X	X	X	X	X	X	X
1ªO	Aluna 14										X			

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Os alunos que conseguiram desenhar individualmente o mapa conceitual a respeito do pensamento algébrico funcional apresentado nas sessões da oficina obtiveram certificados de participação assinados pelo diretor do Colégio Universitário USCS.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Projetos experimentais em educação matemática geram benefícios educacionais, aumentando o envolvimento, a compreensão e a aplicação dos conceitos matemáticos dos alunos. Esses experimentos geralmente empregam estratégias instrucionais inovadoras, como a escape room para criar ambientes de aprendizagem significativas.

A análise de conteúdo é amplamente usada em pesquisas científicas por sua flexibilidade e capacidade de adaptar-se a diferentes tipos de dados, como as tarefas de aprendizagem resolvidas pelos alunos. Suas aplicações variam desde estudos de comunicação até pesquisas em educação, psicologia, e ciências sociais. Ao permitir uma análise detalhada das respostas escritas dos alunos, a metodologia facilita a compreensão das percepções, crenças e comportamentos dos sujeitos, sendo essencial para estudos que buscam interpretar a complexidade das interações humanas e suas representações sociais.

A análise estrutural das evocações realizadas pelos estudantes diante do termo “álgebra”, com base na metodologia de Vergès (2005), revelou muito mais do que uma simples lista de palavras: revelou como a álgebra é socialmente representada, sentida e significada por jovens em processo de formação.

No núcleo central, emergem palavras como *"equação"*, *"gráfico"* e *"matemática"*, indicando uma representação fortemente ancorada na experiência escolar tradicional. A álgebra, nesse espaço simbólico, aparece como uma linguagem própria da matemática formal, marcada por códigos, regras e simbolismos com os quais os estudantes estão habituados e, muitas vezes, confrontados. Esse núcleo evidencia que a álgebra é compreendida como sistema simbólico estruturado, o que está diretamente relacionado ao pensamento algébrico enquanto capacidade de generalização, abstração e manipulação de estruturas matemáticas.

A zona de contraste trouxe à tona elementos menos frequentes, porém fortemente salientes para determinados grupos, como *"letras"*, *"raciocínio"* e *"lógica"*. Esses termos revelam que o pensamento algébrico também é percebido por alguns como um desafio linguístico, um território onde os números se escondem atrás de símbolos e exigem do sujeito uma leitura crítica e flexível. É nessa zona que residem possíveis tensões cognitivas, indicando a necessidade de práticas pedagógicas que acolham a diversidade de compreensões e ofereçam pontes entre a matemática formal e a vivência concreta do estudante.

As zonas periféricas revelaram um campo fértil para escutar o inesperado. Termos como *"incógnitas"*, *"operação"*, *"contas"* e *"solução"* sinalizam que a álgebra, apesar de seu aspecto formalizado, não é isenta de afetos, sentidos pessoais e representações subjetivas. Esses elementos mostram que o pensamento algébrico também é percebido como instrumento para lidar com o mundo, e não apenas como estrutura lógica. Essa percepção abre caminho para uma abordagem mais humanizada do ensino, que leve em conta os sentidos existenciais e sociais da matemática na vida dos estudantes.

Ao confrontarmos essas diferentes zonas da representação social, percebemos que o pensamento algébrico não é concebido apenas como uma habilidade técnica, mas também como um campo simbólico em disputa, construído pela interação entre currículo, vivências escolares e repertórios sociais. Há, portanto, um movimento contínuo entre o domínio dos símbolos e a busca de sentido, entre o formalismo e a afetividade, entre a álgebra como estrutura e a álgebra como experiência.

Esses resultados reforçam a importância de reconhecer as representações sociais dos estudantes como ponto de partida para o ensino de matemática, especialmente da álgebra. Ao compreender como os alunos significam a álgebra - não apenas como conteúdo, mas como linguagem algébrica, desafios e possibilidades - a educação pode construir práticas mais sensíveis, eficazes e transformadoras, que fomentem não só a aprendizagem de técnicas, mas a formação de sujeito que pensa criticamente, questiona e ressignifica o seu mundo matemático com uma aprendizagem significativa.

6 ESCAPE ROOM

A produção de materiais didáticos inovadores tem se mostrado uma estratégia relevante para enfrentar os desafios da educação básica contemporânea, especialmente no que se refere à promoção de práticas pedagógicas mais ativas, motivadoras e centradas no estudante. Nesse contexto, o desenvolvimento de um manual prático para criação de jogos lúdicos do tipo escape room educacional configura-se como um produto educacional com potencial para enriquecer o processo de ensino-aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento de competências como resolução de problemas, pensamento lógico, cooperação e criatividade.

Os jogos de enigmas educacionais adaptam para o ambiente escolar a lógica e pensamento algébrico dos jogos de fuga, nos quais os participantes devem solucionar enigmas e desafios em sequência para alcançar um objetivo, geralmente dentro de um tempo limitado.

6.1 Apresentação do Produto Educacional: Manual prático para construção de jogos lúdicos do tipo escape room na educação básica

Este produto educacional foi desenvolvido no âmbito de um curso de mestrado profissional em educação, com o objetivo de contribuir para a inovação das práticas pedagógicas na educação básica por meio da gamificação e da aprendizagem ativa. Trata-se de um manual prático, organizado em formato de e-book, voltado à orientação de professores na criação e aplicação de jogos lúdicos do tipo escape room em contextos escolares.

A escolha por um escape room educacional como eixo central do produto fundamenta-se na sua capacidade de promover o engajamento dos estudantes, estimular a resolução de problemas e fortalecer o trabalho em equipe. A proposta do e-book é facilitar a incorporação dessa metodologia lúdica ao planejamento pedagógico de professores da educação básica, sobretudo nas áreas de Matemática e Ciências da Natureza, sem restringir seu uso a essas disciplinas.

O e-book está estruturado de forma clara e acessível, apresentando orientações passo a passo para a criação de jogos educativos baseados em escape rooms. São abordadas etapas como: definição de objetivos de aprendizagem, construção de narrativas e desafios coerentes com o conteúdo curricular, seleção e uso de materiais simples, estratégias de ambientação e sugestões de avaliação da experiência.

O manual contempla ainda sugestões para adequação dos jogos a diferentes faixas etárias e níveis de ensino, incluindo versões que podem ser realizadas em ambientes digitais, o que amplia sua aplicabilidade em situações de ensino híbrido ou remoto.

Um diferencial do produto está na sua viabilidade para contextos escolares com recursos limitados. As propostas apresentadas valorizam o reaproveitamento de materiais, o uso de objetos acessíveis e a criatividade docente como instrumentos de superação de desafios estruturais. Ao mesmo tempo, o material promove reflexões sobre intencionalidade pedagógica, protagonismo estudantil e desenvolvimento de habilidades socioemocionais, cognitivas e colaborativas.

O manual, em formato digital, visa não apenas ampliar o repertório metodológico dos professores, mas também promover uma cultura de experimentação e inovação no cotidiano da sala de aula. Ao articular ludicidade com intencionalidade pedagógica, o produto propõe-se a contribuir para a construção de práticas educativas mais envolventes, dialógicas e comprometidas com a aprendizagem significativa dos estudantes. Abaixo segue o exemplo de uma transformação didática do jogo preferido dos estudantes que participaram da oficina.

Ficha do Jogo: Missão Álgebra - Código de Desarme

Objetivo: desenvolver o raciocínio algébrico dos alunos por meio da resolução colaborativa de enigmas, aplicando conteúdos como equações, padrões e funções.

Narrativa: um agente misterioso deixou uma bomba escondida na escola.

O painel de desarme só aceita um código numérico de 5 dígitos. A boa notícia? Vocês têm pistas. A má notícia? O tempo está correndo e só resolvendo os desafios algébricos vocês poderão impedir a explosão.

Enigmas

Enigma 1 - Corte o fio certo baseado na sequência de cores dos fios e um número de série, aplique regras de lógica algébrica para descobrir o primeiro dígito do código.

Enigma 2 - O botão certo Analise a cor e o texto do botão apresentado, seguindo uma tabela de decisão, para descobrir o segundo dígito do código.

Enigma 3 - Memória Algébrica Resolva uma sequência de equações conectadas entre si, usando valores anteriores como referência, para encontrar o terceiro dígito.

Enigma 4 - Labirinto dos Padrões Identifique os próximos números de uma progressão aritmética para descobrir a posição correta no labirinto e obter o quarto dígito.

Enigma 5 - Senha Codificada Some os valores numéricos correspondentes às letras de uma palavra e aplique operações matemáticas para encontrar o quinto dígito.

Código Final de Desarme: Após resolver os cinco enigmas, os alunos devem reunir os cinco dígitos para formar o código de desarme. Exemplo: 1 6 2 4 8.

Após o jogo, conduza uma discussão com os alunos:
- Quais foram os maiores desafios?
- Como o trabalho em grupo ajudou?
- O que você aprendeu sobre álgebra com essa atividade?

6.2 Estrutura do Manual Prático (E-book)

Capa

- Título do e-book
- Nome do(a) autor(a)
- Instituição
- Curso de Mestrado Profissional
- Ano

Apresentação

- Breve contextualização do e-book como produto educacional do mestrado profissional
- Objetivo geral do manual
- Público-alvo
- Possibilidades de uso pedagógico

Capítulo 1 – Introdução à Metodologia do Escape Room Educacional

- O que é um escape room
- Adaptação da lógica do jogo para o contexto escolar
- Potencial pedagógico dos jogos lúdicos
- Diferenças entre jogos comerciais e jogos educacionais

Capítulo 2 – Fundamentos Pedagógicos e Didáticos

- Princípios da aprendizagem ativa e do protagonismo estudantil
- Aprendizagem baseada em problemas e ludicidade
- Habilidades desenvolvidas com escape rooms: cognitivas, socioemocionais e colaborativas
- Alinhamento com a BNCC e com os componentes curriculares

Capítulo 3 – Etapas para Construção de um Escape Room Educacional

- Definição dos objetivos de aprendizagem
- Elaboração da narrativa (tema, enredo e contexto)
- Planejamento dos desafios e enigmas
- Organização da sequência lógica do jogo

- Ambientação (física ou digital) e tempo de jogo
- Recursos materiais e tecnológicos necessários

Capítulo 4 – Modelos e Exemplos Práticos

- Roteiro completo de um escape room de Matemática (exemplo)
- Roteiro completo de um escape room interdisciplinar
- Tabelas com sugestões de desafios por área do conhecimento
- Sugestões para adaptação de jogos a diferentes níveis de ensino

Capítulo 5 – Aplicação, Mediação e Avaliação

- Papel do professor como facilitador do jogo
- Dicas para organização do espaço e condução da atividade
- Avaliação do processo de aprendizagem
- Autoavaliação e coavaliação entre os estudantes
- Instrumentos e rubricas possíveis

Capítulo 6 – Versões Digitais e Ensino Híbrido

- Plataformas que podem ser utilizadas (Google Forms, Genially, Educaplay, etc.)
- Escape rooms gamificados a distância
- Exemplos de recursos digitais acessíveis

Capítulo 7 – Acessibilidade e Inclusão

- Adequações para estudantes com deficiência
- Propostas para jogos colaborativos inclusivos
- Linguagem simples e recursos multissensoriais

Capítulo 8 – Considerações Finais

- Reflexões sobre inovação e criatividade na prática docente
- Contribuições do manual para a formação continuada
- Encaminhamentos futuros e possibilidade de expansão do projeto

Apresentação

Este e-book é fruto do desenvolvimento de um produto educacional concebido no âmbito de um mestrado profissional em educação, voltado à qualificação das práticas pedagógicas na educação básica. Nasce da necessidade de promover experiências de ensino mais envolventes, participativas e alinhadas às demandas de uma escola contemporânea, que valorize o protagonismo estudantil, a aprendizagem significativa e o desenvolvimento de competências para o século XXI.

Com o intuito de contribuir com educadores que buscam transformar suas práticas por meio de metodologias ativas e lúdicas, o presente manual oferece um guia prático para a criação e aplicação de jogos educativos do tipo escape room. Inspirados na lógica dos jogos de fuga, os jogos de escape room educacionais estimulam a resolução de desafios em grupo, por meio de enigmas interligados que exigem raciocínio lógico, colaboração, criatividade e tomada de decisão.

Voltado a professores da educação básica — especialmente das áreas de Matemática e Ciências da Natureza, embora não se limite a elas — este manual propõe caminhos acessíveis e contextualizados para a incorporação da gamificação como recurso pedagógico. O material apresenta orientações detalhadas para a criação de jogos com temáticas curriculares, considerando aspectos como objetivos de aprendizagem, construção narrativa, elaboração de desafios, organização do espaço e estratégias de avaliação.

Além da proposta metodológica, o e-book contempla modelos práticos, sugestões de adaptação a diferentes realidades escolares e possibilidades de aplicação em formatos digitais, presenciais ou híbridos. Também estão presentes indicações sobre acessibilidade e inclusão, com o propósito de garantir que todos os estudantes possam participar plenamente da experiência.

Este produto educacional visa não apenas oferecer um recurso técnico ao professor, mas também inspirar uma atitude investigativa, criativa e colaborativa diante do ato de ensinar. Espera-se que este manual seja um convite à experimentação, ao diálogo pedagógico e à renovação das práticas em sala de aula, promovendo aprendizagens significativas em ambientes dinâmicos, interativos e acolhedores.

Capítulo 1 – Introdução à Metodologia do Escape Room Educacional

A busca por metodologias inovadoras que promovam o engajamento dos estudantes e favoreçam a construção significativa do conhecimento tem se intensificado nos últimos anos, sobretudo diante dos desafios impostos pelas mudanças sociais, tecnológicas e educacionais contemporâneas. Nesse cenário, o uso de jogos na educação surge como uma estratégia promissora para tornar o processo de ensino-aprendizagem mais dinâmico, interativo e centrado no estudante.

Entre as diversas propostas de gamificação aplicáveis ao contexto escolar, os jogos de escape room educacionais têm ganhado destaque por sua capacidade de aliar ludicidade, colaboração e desenvolvimento de habilidades cognitivas em uma experiência desafiadora e envolvente. Originários dos jogos de fuga físicos e virtuais populares no entretenimento, os jogos de escape room foram adaptados para fins pedagógicos, mantendo sua essência: resolver uma sequência de enigmas e desafios, geralmente dentro de um tempo limitado, para alcançar um objetivo como "escapar" de um espaço, "desativar" uma bomba fictícia ou "revelar" um código secreto.

No ambiente escolar, essa proposta assume um caráter formativo e interdisciplinar, podendo ser planejada para revisar conteúdos, introduzir novos temas, desenvolver competências específicas ou até mesmo avaliar aprendizagens de forma criativa. A mecânica do jogo permite que os estudantes se envolvam ativamente com os conteúdos propostos, utilizando o raciocínio lógico, a leitura crítica, a argumentação, o trabalho em equipe e a criatividade para resolver problemas de maneira contextualizada.

A construção de um escape room educacional exige planejamento didático, clareza nos objetivos pedagógicos e intencionalidade na escolha dos desafios. Ao contrário dos jogos comerciais voltados apenas ao entretenimento, o foco aqui está na aprendizagem ativa e na vivência significativa dos saberes escolares. Nesse sentido, o escape room torna-se um ambiente de investigação, no qual o erro faz parte do processo e a cooperação se sobrepõe à competição.

Outro aspecto relevante é a possibilidade de adaptação da metodologia às diferentes etapas da educação básica, considerando o nível de complexidade dos desafios, o grau de autonomia dos estudantes e os recursos disponíveis na escola. Pode-se organizar a atividade em pequenos grupos, com diferentes missões, pistas distribuídas em estações ou caixas, ou ainda por meio de recursos digitais em plataformas acessíveis.

É importante destacar que o escape room educacional não se limita à inovação tecnológica, mas representa uma inovação pedagógica fundamentada na valorização da curiosidade, da autonomia e da construção coletiva do conhecimento. Seu uso, quando bem planejado e articulado aos objetivos de aprendizagem, pode transformar a sala de aula em um espaço mais envolvente, inclusivo e significativo para todos os estudantes.

Capítulo 2 – Fundamentos Pedagógicos e Didáticos

O uso de jogos educativos, como os jogos de escape room, não se restringe a uma simples inserção de elementos lúdicos no ambiente escolar. Trata-se de uma proposta fundamentada em concepções pedagógicas que valorizam o estudante como sujeito ativo no processo de aprendizagem e o professor como mediador das experiências formativas. Ao propor situações-problema que exigem raciocínio, tomada de decisão e cooperação, os jogos de escape room educacionais articulam-se com diversos princípios da didática contemporânea.

Entre os fundamentos mais relevantes está o da aprendizagem ativa, que se caracteriza pela participação efetiva do estudante na construção do conhecimento. Em vez de assumir uma postura passiva diante do conteúdo, o aluno é desafiado a explorar, investigar, argumentar e refletir sobre diferentes possibilidades de resolução para os problemas apresentados no jogo. Essa abordagem favorece o desenvolvimento de competências cognitivas e metacognitivas, bem como estimula a autonomia e o protagonismo juvenil.

Outro princípio essencial é o da aprendizagem significativa, na qual os novos conhecimentos são incorporados a estruturas cognitivas já existentes de forma integrada e contextualizada. A lógica sequencial dos enigmas e a narrativa do escape room possibilitam relações entre os conteúdos escolares e situações concretas ou fictícias, o que contribui para dar sentido ao que está sendo aprendido. Assim, o estudante não apenas memoriza informações, mas compreende e aplica conceitos em contextos variados.

Os jogos de escape room também promovem a aprendizagem colaborativa, uma vez que os desafios são geralmente resolvidos em grupo. Essa dinâmica estimula o diálogo, a escuta ativa, o respeito às opiniões divergentes e a construção coletiva de soluções. Tais habilidades são cada vez mais valorizadas no ambiente escolar, especialmente quando articuladas ao desenvolvimento das chamadas competências socioemocionais.

A proposta do escape room está em sintonia com os objetivos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2022), que orienta o desenvolvimento de competências gerais como o pensamento crítico, a resolução de problemas, a argumentação, a criatividade, a cooperação e a responsabilidade. Além disso, sua natureza interdisciplinar permite integrar diferentes componentes curriculares, favorecendo abordagens mais integradas e contextualizadas dos saberes escolares.

Do ponto de vista didático, o professor assume o papel de organizador e mediador da experiência, selecionando os conteúdos a serem abordados, adaptando os desafios ao nível dos estudantes e promovendo momentos de reflexão antes, durante e após o jogo. A atividade pode ser inserida em diferentes momentos da sequência didática: como motivação inicial, como aprofundamento de conteúdos ou como estratégia de avaliação formativa.

Portanto, o uso de escape room na educação básica não é apenas uma atividade diferenciada, mas uma metodologia que, quando fundamentada pedagogicamente, potencializa a aprendizagem e transforma a sala de aula em um espaço mais interativo, criativo e significativo.

Capítulo 3 – Etapas para Construção de um Escape Room Educacional

A criação de um escape room com fins pedagógicos exige planejamento cuidadoso e intencionalidade didática. Mais do que propor uma atividade lúdica, o professor precisa estruturar uma experiência de aprendizagem que articule conteúdos curriculares, objetivos formativos e desafios significativos.

Neste capítulo, são apresentadas as principais etapas para a construção de um escape room educacional, com sugestões que visam apoiar o professor em todo o processo de criação, aplicação e avaliação da atividade.

1. Definição dos Objetivos de Aprendizagem

O ponto de partida para qualquer escape room educacional é a clareza sobre o que se deseja que os estudantes aprendam ou pratiquem. Esses objetivos devem estar alinhados à proposta curricular da disciplina e à etapa de ensino dos alunos. Pode-se usar o escape room para introduzir novos conceitos, revisar conteúdos já estudados, aplicar saberes em situações-problema ou desenvolver habilidades específicas, como interpretação de textos, raciocínio lógico ou trabalho em equipe.

2. Escolha de um Tema e Elaboração da Narrativa

Um dos elementos centrais de um escape room é sua narrativa envolvente. A criação de um enredo com mistério, missão ou desafio contribui para despertar o interesse dos participantes e dar coerência às etapas do jogo. A história pode ser baseada em situações fictícias (exemplo: desativar uma bomba, encontrar um código secreto, libertar um personagem) ou vinculada a contextos reais (exemplo: solucionar um problema ambiental, descobrir a origem de um fenômeno histórico, reconstruir um experimento científico).

A narrativa deve ser simples, mas estimulante, e deve apresentar aos alunos um problema a ser resolvido, com um objetivo claro a ser alcançado. É importante que ela dialogue com os conteúdos escolares e com o universo dos estudantes, favorecendo a imersão no jogo.

3. Planejamento dos Desafios e Enigmas

Com os objetivos definidos e a narrativa estruturada, o próximo passo é criar os desafios que irão compor o jogo. Esses desafios podem assumir diferentes formatos, como:

- Códigos numéricos ou alfabéticos;
- Problemas matemáticos com solução única;
- Cruzadinhas, anagramas ou charadas;
- Quebra-cabeças com conceitos da disciplina;
- Resolução de perguntas com alternativas;

- Pistas escondidas em textos, mapas ou imagens.

Cada desafio deve estar vinculado a um conteúdo escolar e deve ser solucionado com base no raciocínio, na observação e na cooperação entre os participantes. É recomendável variar o tipo de atividade para contemplar diferentes estilos de aprendizagem.

4. Organização da Sequência Lógica e dos Elementos do Jogo

Um escape room bem estruturado apresenta uma sequência de desafios interligados, em que a resolução de um enigma leva à próxima etapa. O professor pode optar por um modelo linear (um desafio por vez) ou por um modelo em rede (vários desafios simultâneos, todos necessários para concluir o jogo). O importante é que haja coesão entre os elementos e que os alunos compreendam a lógica da progressão.

Também é necessário pensar na divisão dos estudantes em grupos, no tempo disponível para a atividade, na função de cada integrante (se aplicável), e nas regras do jogo. Essa estruturação contribui para que a atividade ocorra com fluidez e mantenha o engajamento dos participantes.

5. Seleção e Organização dos Materiais

O escape room pode ser elaborado com materiais simples e de baixo custo, como envelopes, caixas, cadeados, papéis coloridos, rolos de papel, cartolinas, dados, canetas e objetos do cotidiano. Para escolas com acesso à tecnologia, podem ser utilizados QR codes, plataformas digitais (como Google Forms, Genially ou Wordwall), vídeos e arquivos multimídia.

É essencial organizar previamente os recursos, testá-los antes da aplicação e prever estratégias para eventuais imprevistos.

6. Ambientação do Espaço

A ambientação contribui para a imersão dos estudantes na proposta. Com poucos elementos visuais como placas, objetos decorativos, iluminação diferenciada ou trilha sonora, é possível criar um clima envolvente e estimular a imaginação dos participantes. A ambientação deve estar conectada ao enredo e pode ser feita com materiais acessíveis.

7. Testagem e Avaliação do Jogo

Antes de aplicar o escape room com a turma, é altamente recomendável testar os desafios com um pequeno grupo de colegas ou alunos de outra turma, para verificar se as instruções estão claras, se os enigmas estão adequados e se há coerência na sequência do jogo.

Após a aplicação, é importante prever um momento de avaliação e reflexão sobre a experiência vivida, tanto por parte dos estudantes quanto do professor. Essa etapa permite discutir os conteúdos abordados, identificar aprendizados e aprimorar o jogo para futuras edições.

Essa estrutura permite que os professores se tornem designers de experiências pedagógicas significativas, adaptando o escape room às suas realidades e objetivos educacionais. Com criatividade, intencionalidade e planejamento, é possível transformar a sala de aula em um espaço mais dinâmico, colaborativo e prazeroso para aprender.

Capítulo 4 – Modelos e Exemplos Práticos

Depois de compreender as etapas de planejamento e os fundamentos pedagógicos que embasam os jogos de escape room educacionais, é essencial visualizar exemplos concretos que possam servir de inspiração para a construção de jogos personalizados.

Este capítulo apresenta modelos práticos de escape room já adaptados ao contexto da educação básica, além de sugestões de desafios organizados por áreas do conhecimento, visando apoiar o professor em sua criação.

Os exemplos aqui apresentados foram pensados para escolas públicas com recursos limitados e podem ser aplicados com materiais simples e reutilizáveis. A lógica de cada proposta pode ser adaptada para diferentes níveis de ensino, de acordo com os conteúdos e objetivos de aprendizagem definidos.

1. Modelo de Escape Room – Matemática (Ensino Médio)

Tema: Desarmar uma bomba lógica

Objetivo de aprendizagem: Resolver sistemas lineares, inequações e funções do 1º grau

Narrativa: Um antigo laboratório foi encontrado com uma bomba prestes a explodir. Para desativá-la, os alunos devem resolver três enigmas matemáticos que desbloqueiam um código numérico final.

Desafios:

1. Resolver um sistema de equações para encontrar as coordenadas de localização da chave.
2. Identificar a raiz de uma função do 1º grau que representa o tempo de ativação da bomba.
3. Decodificar uma senha baseada em uma sequência lógica de inequações.

Materiais: Cartões com problemas, envelopes lacrados, papel kraft como "painel de controle", um alarme simulado (celular com cronômetro).

2. Modelo de Escape Room – Física (Ensino Médio)

Tema: O experimento desaparecido

Objetivo de aprendizagem: Revisar conteúdos sobre estados físicos da matéria e mudanças de estado

Narrativa: Uma importante pesquisa científica desapareceu do laboratório. Os estudantes devem encontrar o experimento resolvendo enigmas relacionados a transformações físicas e propriedades dos materiais.

Desafios:

1. Classificar cartões com situações do cotidiano em sólido, líquido ou gasoso.
2. Resolver um código que exige o conhecimento de temperaturas de fusão e ebulição da água.
3. Interpretar um gráfico de mudanças de estado e localizar a pista final.

Materiais: Copos com gelo derretendo, tabelas impressas, caixas com cadeado simbólico (elástico ou fita), etiquetas e cronômetro.

3. Modelo Interdisciplinar – História, Geografia e Língua Portuguesa (Ensino Médio)

Tema: A missão do tempo

Objetivo de aprendizagem: Revisar conteúdos de diferentes disciplinas por meio de um percurso narrativo.

Narrativa: Os alunos são agentes de uma organização que precisa corrigir distorções na linha do tempo. Para isso, devem completar missões que envolvem fatos históricos, localização geográfica e interpretação de textos.

Desafios:

1. Reorganizar uma linha do tempo com eventos históricos desordenados.
2. Localizar continentes com base em coordenadas geográficas e pistas ocultas.
3. Resolver um enigma escondido em um texto dissertativo com palavras destacadas.

Materiais: Cartazes, mapas, textos com marcações, envelopes com pistas, bússola simbólica, cartões.

4. Tabela com Sugestões de Desafios por Área

Área do Conhecimento	**Tipo de Desafio**	**Exemplo**
Matemática	Códigos numéricos, sequência lógica	Sequência de PA/PG, fatoração de expressões
Ciências	Observação de experimentos, análise de gráficos	Gráfico de temperatura vs. tempo, fases da lua
Geografia	Localização e mapas	Coordenadas geográficas, mapas com bandeiras e legendas
História	Linha do tempo, cruzadinhas temáticas	Eventos históricos ordenados, charadas de personalidades
Língua Portuguesa	Texto com pistas, anagramas	Caça-palavras temático, interpretação de tirinhas
Inglês/Espanhol	Traduções ou pistas em língua estrangeira	Descrição de objetos ou pistas com vocabulário específico
Arte	Combinação de cores, composição visual	Reconhecimento de obras ou estilos artísticos
Interdisciplinar	Desafios com múltiplas competências	Problemas contextualizados com matemática e leitura crítica

5. Sugestões para Adaptação dos Modelos

Os modelos aqui apresentados são apenas pontos de partida. O professor pode adaptá-los conforme os conteúdos que deseja trabalhar, a maturidade dos estudantes, o tempo disponível e os materiais acessíveis.

A riqueza do escape room educacional está justamente na sua flexibilidade e no potencial de criação coletiva e interdisciplinar.

- Educação Infantil e Anos Iniciais: utilizar mais pistas visuais, objetos físicos, histórias com personagens e desafios curtos e concretos.
- Ensino Médio: propor desafios com maior abstração, integração com tecnologias digitais e aprofundamento conceitual.
- Alunos com deficiência: usar recursos multissensoriais, linguagem simples e organizar o jogo de forma cooperativa e acessível para todos.

Capítulo 5 – Aplicação, Mediação e Avaliação

A aplicação de um escape room em sala de aula representa um momento dinâmico e desafiador tanto para os estudantes quanto para o professor. Para que a atividade seja bem-sucedida, é necessário que a mediação pedagógica seja conduzida com clareza, flexibilidade e intencionalidade. Neste capítulo, discutiremos estratégias para organizar e conduzir o escape room educacional, bem como formas de avaliação da aprendizagem e do próprio processo de gamificação.

1. Organização Prévia da Aplicação

Antes de aplicar o escape room com a turma, o professor deve assegurar que todos os elementos do jogo estejam prontos e testados. Isso inclui a verificação dos materiais, a lógica dos enigmas, o tempo estimado de duração e a preparação do espaço físico (ou ambiente virtual) onde a atividade acontecerá. Se possível, é recomendável realizar uma aplicação piloto com um pequeno grupo, a fim de ajustar eventuais falhas.

O tempo ideal de um escape room educacional varia conforme a complexidade dos desafios e o nível da turma, mas geralmente se situa entre 15 e 20 minutos, com mais 10 a 15 minutos para preparação e encerramento.

O professor deve preparar-se também para situações imprevistas, como dificuldades técnicas, dúvidas frequentes ou grupos que avancem muito rápido (ou muito devagar).

2. Papel do Professor como mediador

Durante o jogo, o professor assume o papel de mediador e facilitador, e não de "fornecedor de respostas". Ele deve circular pela sala (ou acompanhar no ambiente virtual), observando o desempenho dos grupos, incentivando a colaboração e estimulando o pensamento crítico, sem interferir diretamente na resolução dos desafios.

Algumas estratégias de mediação incluem:

- Dar pistas graduais, se necessário, sem revelar diretamente a resposta;
- Incentivar que os alunos façam perguntas uns aos outros antes de recorrer ao professor;
- Reforçar atitudes positivas como cooperação, escuta ativa e respeito;
- Marcar o tempo restante de forma visível e motivadora.

A postura do professor deve contribuir para manter o foco dos alunos na tarefa, sem inibir o envolvimento espontâneo e a criatividade. A linguagem utilizada deve ser acolhedora, clara e encorajadora.

3. Condução da Atividade

A atividade pode ser iniciada com uma breve introdução narrativa, que contextualize o desafio e engaje os estudantes no enredo. Em seguida, os grupos recebem suas primeiras pistas ou instruções, e o jogo começa.

Durante a realização, é importante manter um clima lúdico e organizado, garantindo que todos tenham espaço para participar. Dependendo da proposta, pode-se estimular o uso de anotações, registros ou coleta de dados que serão utilizados após o jogo para sistematizar os conhecimentos trabalhados.

Ao final, é essencial conduzir um momento de fechamento coletivo, em que os estudantes possam compartilhar suas percepções sobre a atividade: o que aprenderam, quais dificuldades enfrentaram, como se sentiram e o que fariam de forma diferente. Esse momento fortalece a metacognição e contribui para a aprendizagem significativa.

4. Avaliação da Aprendizagem

A avaliação no escape room não se limita ao desempenho nos desafios. Ela deve considerar o processo de participação, o uso dos conhecimentos, a comunicação entre os membros do grupo e a capacidade de refletir sobre o que foi vivenciado. O professor pode utilizar diferentes instrumentos para essa avaliação, como:

- Roteiros de observação durante o jogo;
- Registros escritos dos grupos ou individuais após a atividade;
- Autoavaliação e coavaliação com perguntas reflexivas;
- Rodas de conversa ou portfólios com os aprendizados construídos.

A avaliação pode assumir caráter diagnóstico, formativo ou somativo, dependendo do lugar que o escape room ocupa dentro da sequência didática. O mais importante é que ela não se restrinja ao acerto de respostas, mas valorize o percurso, as interações e as aprendizagens emergentes.

5. Avaliação da Proposta pelo Professor

Também é recomendável que o professor avalie a própria proposta, considerando aspectos como:

- O tempo foi suficiente?
- Os desafios estavam adequados ao nível da turma?
- Houve engajamento e participação efetiva?
- A atividade contribuiu para os objetivos de aprendizagem?
- Quais elementos funcionaram bem e quais poderiam ser melhorados?

Essas reflexões alimentam o processo de aprimoramento da prática docente e fortalecem a autonomia do professor como designer de experiências pedagógicas criativas e significativas.

A aplicação bem-sucedida de um escape room depende de um equilíbrio entre planejamento, mediação e flexibilidade. Quando bem conduzida, essa experiência pode transformar a sala de aula em um espaço vibrante de aprendizagens colaborativas, favorecendo o protagonismo dos estudantes e a construção de conhecimentos de forma prazerosa e duradoura.

Capítulo 6 – Versões Digitais e Ensino Híbrido

A adoção de tecnologias digitais na educação ampliou as possibilidades de mediação pedagógica, especialmente em contextos de ensino remoto ou híbrido.

Nesse cenário, os jogos de escape room educacionais também podem ser adaptados para o ambiente virtual, sem perder seu potencial lúdico e formativo. Este capítulo apresenta estratégias, ferramentas e exemplos para a construção de versões digitais dos jogos de fuga, bem como orientações para integrá-los em propostas de ensino híbrido.

1. Escape Rooms Digitais: Possibilidades e Desafios

As versões digitais de escape room consistem em jogos estruturados em ambientes online, nos quais os participantes acessam enigmas, pistas e desafios por meio de links, imagens, formulários e recursos multimídia. Ao resolver cada etapa, os alunos avançam na narrativa até alcançar o objetivo final. Essa modalidade apresenta diversas vantagens, como:

- Possibilidade de acesso remoto, inclusive por dispositivos móveis;
- Integração de vídeos, áudios, hiperlinks e interatividade visual;
- Automação de respostas e caminhos com ferramentas digitais;
- Facilidade de reaplicação e compartilhamento entre turmas e escolas.

No entanto, também impõe desafios, como:

- Necessidade de acesso à internet e dispositivos digitais;
- Desigualdades tecnológicas entre estudantes;
- Maior tempo de planejamento e curadoria de recursos digitais;
- Necessidade de mediação síncrona ou assíncrona bem estruturada.

Por isso, é essencial que o professor conheça a realidade de seus alunos e da escola ao planejar atividades digitais, buscando sempre garantir o acesso e a inclusão de todos os participantes.

2. Ferramentas Gratuitas para Construção de Escape Rooms Virtuais

Diversas ferramentas gratuitas e acessíveis podem ser utilizadas para criar jogos digitais interativos com a estrutura de escape room.

A seguir, destacamos algumas das mais utilizadas por professores da educação básica:

Ferramenta	Finalidade	Destaque
Google Forms	Formular perguntas, validar respostas com senhas	Fácil de usar, permite seções com lógica
Genially	Criar apresentações interativas e jogos digitais	Visual atraente, permite navegação livre
Wordwall	Jogos rápidos e desafios online com gabarito automático	Ideal para revisões
Flippity	Geração de atividades a partir de planilhas do Google	Muitos modelos de jogos simples
Deck.Toys	Criar caminhos de aprendizagem com gamificação	Integra atividades e mapa de percurso

Essas ferramentas permitem que o professor combine sequência lógica, multimodalidade e interação entre desafios. Assim, a maioria delas permite exportar ou compartilhar o link do jogo, o que facilita a sua aplicação em ambientes virtuais, como Google Classroom, Moodle ou WhatsApp Educacional.

3. Estrutura Básica de um Escape Room Digital

Embora varie de acordo com a ferramenta utilizada, a estrutura digital de um escape room pode seguir os seguintes passos:

1. Tela inicial: Apresentação da narrativa e da missão.
2. Seção de desafios: Divisão dos enigmas por etapas, com caixas de resposta e pistas.
3. Lógica de avanço: O acesso ao próximo desafio é liberado apenas com a

resposta correta.

4. Tela final: Confirmação de sucesso e encerramento da missão.

A construção da lógica pode ser feita por meio de validação de respostas (no Google Forms, por exemplo), uso de hiperlinks encadeados (no Genially) ou estrutura de mapas interativos (no Deck.Toys).

4. Aplicação no Ensino Híbrido

No contexto do ensino híbrido, os jogos de escape rooms podem ser utilizados como atividades de aprofundamento, exploração inicial de conceitos, ou avaliações formativas criativas. Eles podem ser realizados:

- Em casa (on-line), como tarefa individual ou em pequenos grupos;
- Na escola (presencial), com tablets, notebooks ou estações temáticas;
- De forma integrada, com etapas digitais complementadas por tarefas físicas ou manuais.

Essa flexibilidade permite que o escape room seja articulado com projetos interdisciplinares, roteiros de estudo autônomo ou trilhas de aprendizagem personalizadas. O importante é garantir que os alunos compreendam as instruções, tenham autonomia para navegar pelas etapas e sintam-se apoiados durante a realização do desafio.

5. Dicas para Criar um Escape Room Digital Acessível

Ao incorporar versões digitais de escape room ao cotidiano pedagógico, o professor amplia as possibilidades de engajamento, inovação e inclusão em suas aulas. Com criatividade e planejamento, mesmo ferramentas simples podem oferecer experiências marcantes e eficazes para a aprendizagem. Portanto, as dicas são:

- Use linguagem clara e objetiva;
- Evite excesso de efeitos visuais que dificultem a leitura;
- Ofereça pistas em áudio ou vídeo quando possível;
- Disponibilize o jogo em mais de um formato (ex: PDF interativo + online);
- Teste o jogo em diferentes dispositivos (celular, tablet, computador).

Capítulo 7 – Acessibilidade e Inclusão

A construção de propostas pedagógicas que assegurem a participação plena e equitativa de todos os estudantes é um compromisso essencial da educação contemporânea. Ao planejar atividades lúdicas e desafiadoras como os escape rooms educacionais, é fundamental que o professor considere os princípios da acessibilidade e da inclusão desde a concepção do jogo até sua aplicação em sala de aula.

Este capítulo apresenta sugestões práticas para a adaptação de escape rooms a diferentes perfis de estudantes, com ou sem deficiência, respeitando as singularidades cognitivas, físicas, sensoriais, culturais e emocionais que compõem a diversidade presente na escola pública brasileira.

1. Princípios para um Escape Room Inclusivo

Um escape room educacional acessível deve ser planejado com base em três pilares:

- Equidade de acesso: todos os estudantes devem conseguir participar da atividade, utilizando recursos que atendam às suas necessidades específicas.
- Valorização das diferenças: o jogo deve respeitar os diferentes estilos de aprendizagem, ritmos, habilidades e formas de comunicação dos alunos.
- Protagonismo compartilhado: cada estudante deve ter a oportunidade de contribuir com sua equipe de maneira significativa, com tarefas compatíveis com suas potencialidades.

Esses princípios dialogam com as diretrizes da Educação Inclusiva e com os pressupostos do Desenho Universal para a Aprendizagem (DUA), que propõem a criação de ambientes de ensino flexíveis, responsivos e diversificados.

2. Adaptações para Estudantes com Deficiência

A seguir, são apresentadas sugestões de adaptação para estudantes com diferentes tipos de deficiência, que podem ser incorporadas sem descaracterizar a essência lúdica e cooperativa do escape room:

Tipo de Deficiência	Adaptações Pedagógicas e de Acessibilidade
Visual	Utilizar objetos com relevo, pistas em braile ou áudio, descrições verbais claras, pistas sonoras e uso de leitor de tela em versões digitais.
Auditiva	Fornecer pistas visuais e escritas, evitar desafios que dependam apenas da escuta, usar Libras com apoio do professor intérprete quando disponível.
Intelectual	Utilizar linguagem simples, reduzir o número de etapas, fornecer apoio visual (imagens, ícones), organizar a atividade com tempo estendido.
Motora	Garantir espaço físico acessível, adaptar recursos de manipulação (ex: envelopes fáceis de abrir), permitir uso de tecnologias assistivas ou apoio de colegas.
Transtorno do Espectro Autista (TEA)	Apresentar regras de forma estruturada, evitar sobrecarga sensorial, garantir previsibilidade na sequência do jogo, incluir tarefas com foco lógico ou visual.

Além dessas sugestões, é importante ouvir os próprios estudantes e suas famílias sobre as formas de participação mais adequadas, bem como articular o trabalho com professores do Atendimento Educacional Especializado (AEE), quando houver.

3. Estratégias de Inclusão com Toda a Turma

A inclusão se fortalece quando é vivida coletivamente. O escape room, por sua natureza colaborativa, oferece uma excelente oportunidade para desenvolver o senso de grupo, o respeito à diversidade e a empatia entre os alunos. Algumas estratégias incluem:

- Formação intencional de grupos heterogêneos, equilibrando diferentes habilidades;
- Distribuição cooperativa das tarefas, para que cada estudante possa contribuir de acordo com suas potencialidades;
- Rodízio de funções durante o jogo (quem lê, quem escreve, quem organiza, quem registra);
- Valorização de múltiplas linguagens, como imagens, símbolos, números, sons e gestos.

Essas ações favorecem o pertencimento e garantem que a aprendizagem ocorra de forma significativa para todos, sem exclusões.

4. Recursos Acessíveis e Baixo Custo

Para escolas com infraestrutura limitada, é possível criar escape rooms inclusivos com recursos simples e acessíveis:

- Cartões com pictogramas ou imagens em contraste;
- Pistas gravadas em áudio pelo próprio professor;
- Textos ampliados ou impressos em papel colorido;
- Materiais recicláveis adaptados (tampas, caixas, barbantes);
- Envelopes com pistas táteis ou numeradas em alto relevo.

A criatividade docente, aliada ao compromisso ético com a inclusão, é o principal recurso para tornar qualquer atividade mais justa e significativa.

A inclusão não se dá por meio de adaptações isoladas, mas por uma atitude pedagógica contínua que considera as diferenças como parte essencial do processo educativo. Planejar escape rooms acessíveis é um exercício de escuta, empatia, experimentação e compromisso com o direito de todos aprenderem — juntos e com qualidade.

Capítulo 8 – Considerações Finais

O cenário educacional contemporâneo nos convida a repensar as práticas pedagógicas tradicionais e a buscar abordagens mais dinâmicas, inclusivas e conectadas às múltiplas formas de aprender. Ao longo deste e-book, foram explorados os fundamentos teóricos e metodológicos, os passos práticos, os desafios e as possibilidades pedagógicas do uso de jogos lúdicos do tipo escape room no contexto da educação básica.

Ao propor a criação de escape rooms com intencionalidade educativa, reconhecemos o jogo como uma linguagem potente de mediação do conhecimento, que favorece o engajamento, a colaboração, o pensamento crítico e a resolução de problemas. Mais do que uma atividade de entretenimento, o escape room educacional é uma ferramenta de transformação da sala de aula em um espaço de investigação, autonomia e participação ativa dos estudantes.

Este manual foi concebido como produto educacional de um mestrado profissional, com o compromisso de oferecer subsídios práticos e teóricos para que professores da educação básica possam se apropriar dessa metodologia de maneira criativa, crítica e contextualizada. A estrutura apresentada ao longo dos capítulos permite que o docente planeje jogos adaptados à sua realidade, respeitando as especificidades de sua turma, os objetivos curriculares e os recursos disponíveis.

A inclusão de capítulos específicos sobre acessibilidade, ensino híbrido e ferramentas digitais reflete a preocupação com a amplitude e a equidade na aplicação da proposta. Afinal, inovar em educação não é apenas introduzir novas tecnologias ou metodologias, mas garantir que todos os estudantes tenham oportunidades reais de aprender, participar e se desenvolver.

Como toda proposta pedagógica, o uso de escape rooms requer experimentação, ajustes e escuta sensível. Cada aplicação será uma oportunidade de aprender com a prática, de observar como os estudantes respondem, de identificar novas possibilidades e de aprimorar a experiência. O professor, nesse processo, assume o papel de designer de experiências de aprendizagem, comprometido com a construção de ambientes escolares mais significativos, envolventes e transformadores.

Espera-se que este manual não seja um ponto de chegada, mas um ponto de partida. Que ele inspire novas criações, colaborações entre professores, formações em serviço, projetos interdisciplinares e redes de troca de experiências. E, acima de tudo, que contribua para tornar o ato de ensinar e aprender um pouco mais lúdico, instigante e encantador — como todo bom enigma que nos convida a ir além.

REFERÊNCIAS

AEDO, C.; WALKER, I. **Skills for the 21st Century in Latin America and the Caribbean**. Washington, DC: The World Bank, 2012.

AGUIAR, M. **O percurso da didatização do pensamento algébrico no Ensino Fundamental**: uma análise a partir da Transposição Didática e da Teoria Antropológica do Didático. 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade de São Paulo - Faculdade de Educação, São Paulo, 2014.

ALMEIDA, J. R. **Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico**: um modelo para os problemas de partilha de quantidade. 2016. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

ALMEIDA, J. R.; SANTOS, M. C.. Pensamento algébrico: em busca de uma definição. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, *[S. l.]*, v. 6, n. 10, p. 34-60, 2020. DOI: 10.33871/22385800.2017.6.10.34-60. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6055. Acesso em: 04 ago. 2023.

ARCAVI, A. El desarrolho y el uso del sentido de los símbolos. In: VALE, I; PIMENTAL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L.; CANAVARRO, P. (Orgs.). **Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2006.

ARCAVI, A. Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. **For the Learning of Mathematics**, v. 14, n. 1, p. 24-35, 1994.

ARKSEY, H.; O'MALLEY, L. Scoping studies: towards a methodological framework. **International Journal of Social Research Methodology**, Abingdon, v. 8, n. 1, p. 19-32, 2005. https://doi.org/10.1080/1364557032000119616.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

AUSUBEL, D. P. **The psychology of meaningful verbal learning**. New York: Grune & Stratton, 1963.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2015.

BERNARDINO, A.; FLORIANO, C.; UGGIONI, E. O Ensino de matrizes no 2º ano do Ensino médio: possibilidades e desafios. In: SEMINÁRIO DE INTEGRAÇÃO E SOCIALIZAÇÃO DE PESQUISAS E PRÁXIS PEDAGÓGICA EM MATEMÁTICA, 6., 2018, Crisciúma, **Anais [...].** Crisciúma: UNESC, 2018.

BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching. In: Bernarz, N., Kieran, C., Lee, L. (eds) Approaches to Algebra. Mathematics Education Library, vol 18. Springer, Dordrecht, 1996. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1732-3_1

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412-46, 2005.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da Matemática.** Tradução de Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Matriz de Referência ENEM**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2012. Disponível em:http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2012/matriz_referencia_enem.pdf. Acesso em: 26 nov. 2023.

BROWN, A. L. Design experiments: theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. **Journal of the Learning Sciences**, v. 2, p. 141-178, 1992. http://dx.doi.org/10.1207/s15327809jls0202_2

BURTON, D. M., **History of Mathematics an Introduction**. University of Illinois Urbana-Champaign, 1987. Disponível em: https://jontalle.web.engr.illinois.edu/uploads/298/HistoryMath-Burton.85.pdf . Acesso em: 28 nov. 2023.

CAMARGO, B. V.; JUSTO, A. M. IRAMUTEQ: Um software gratuito para análise de dados textuais. **Temas em Psicologia**, v. 21, n. 2, p. 513–518, 2013. https://doi.org/10.9788/TP2013.2-16

CARVALHO, J. L. O desenvolvimento do pensamento algébrico: contribuições da visualização e da generalização de padrões. **Boletim de Educação Matemática**, São Paulo: SBEM, v. 26, n. 46, 2013.

COBB, P.; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. **Design Experiments in Educational Research. Educational Researcher**, v. 32, n. 1, p. 9-13, 2003.

COELHO, F. U.; AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados**, v. 32, n. 94, p. 171–187, 2018. https://doi.org/10.1590/s0103-40142018.3294.0013

COLLINS, A. Toward a Design Science of Education. **New Directions in Educational Technology**, p. 15–22, 1992. https://doi.org/10.1007/978-3-642-77750-9_2

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. Campinas, SP: Papirus, 1996.

DA SILVA, J. J.; DA SILVA, J. R.; SILVA, L. B. L. O ensino de álgebra a partir da modelagem matemática: discussões entre a generalização e o pensamento algébrico. **Caderno Pedagógico**, v. 21, n. 1, p. 1004-1021, 2024. https://doi.org/10.54033/cadpedv21n1-052

DESSBESEL, R. S.; DA SILVA, S. C. R.; SHIMAZAKI, E. M. Mediation in Mathematics Teaching and Learning in Deaf Education: Algebraic Thinking. **Acta Sci.**, Canoas, v. 25, n. 4, p. 192-218, jul./aug. 2023. Disponível em: Download citation of Mediation in Mathematics Teaching and Learning in Deaf Education: Algebraic Thinking. Acesso em: 24 fev. 2025.

EERDE, H. A. A. Design research: Looking into the heart of mathematics education. In: SOUTH EAST ASIA DESIGN/DEVELOPMENT RESEARCH (SEA-DR) INTERNATIONAL CONFERENCE, 1., 2013, Palembang, Indonésia. **Proceeding…** Palembang, Indonésia: UNSRI, 2013, p. 1-10.

FAVERO, D. C. B. P.; MANRIQUE, A. L. As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular na abordagem do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**., v. 9, n. 1, p. 89-101, jun. 2020. https://doi.org/10.23925/2238-8044.2020v9i1p89-101.

FERAUCHE, V.; BRITO, C. A. F. Desafios e estratégias no ensino e aprendizagem do pensamento algébrico no ensino médio: uma revisão de escopo. **Revista Metodologias e Aprendizado do Instituto Federal Catarinense**, v. 7, n. 1, p. 299-314, 2024. https://doi.org/10.21166/metapre.v7i1.5656.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTÓVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES

MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO. 2005. **Anais [...]**. Portugal, 2005. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/Jponte/seminario_lb.htm. Acesso em: 13 ago. 2024.

FIORENTINI, D.; MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. **Pro-Posições**, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação - Unicamp. Campinas, v. 4, n. 1[10], p. 78-91, 1993.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2021.

HEALTH, T. L. **Diophantos of Alexandria**: a study in the History of Greek Algebra. Cambridge: Harvard University Press, 1963. Disponível em: https://downloads.tuxfamily.org/openmathdep/algebra/Diophantus-Heath.pdf . Acesso em: 6 nov. 2023.

KAPUT, J. **A Research Base Supporting Long Term Algebra Reform?** Texto apresentado na 17. Annual Meeting of North American Chapter of the International Group for the Psychology of Education, 1995, Columbus, Ohio, 1995. Disponível em: https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED389539.pdf . Acesso em: 30 nov. 2023.

KAPUT, J. **Teaching and Learning a New Algebra with Understanding**. ERIC, 2000. Disponível em: https://eric.ed.gov/?id=ED441662. Acesso em: 26 nov. 2023.

KIERAN, C. Concepts associated with the equality symbol. **Educational Studies in Mathematics**, v. 12, n. 3, p. 317-326, 1981.

KIERAN, C. **The learning and teaching of school algebra**. Handbook of research on mathematics teaching and learning. National Council of Teachers of Mathematics - NCTM, New York, 1992.

KIERAN, C.; PANG, JS.; SCHIFTER, D.; NG, S. F. **Early Algebra**: research into its Nature, its Learning, its Teaching. Switzerland: Springer Open, 2016.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. Tese (Doctor of Philosophy) – School of Education, University of Nothingam, Nothingam, UK, 1992.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa**: a teoria e textos complementares. São Paulo: LF, 2011a.

MOREIRA, M. A. **Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa**. São Paulo: Centauro Editora, 2011b.

MORETTI, V. D.; VIRGENS, W. P.; ROMEIRO, I. O. Generalização Teórica e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: contribuições para a formação de professores dos Anos Iniciais. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 35, n. 71, p. 1457-1477, dez. 2021. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/C3wCGx7Vfp4MSWFX3Nbrc9D/?format=pdf. Acesso em: 24 fev. 2024.

MOSCOVICI, S. **Representações sociais**: investigações em psicologia social. Petrópolis: Vozes, 2003.

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, V. A.: NCTM, 2000.

OCDE. **PISA 2022 Quadro conceptual de Matemática**. Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico, 2022. Disponível em: https://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html. Acesso em: 04 nov. 2024.

OLIVEIRA GROENWALD, C. L.; BECHER, E. L. Características do pensamento algébrico de estudantes do 1º ano do ensino médio. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 2, 2010. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2826. Acesso em: 8 maio. 2024.

PAGE, M. J.; MCKENZIE, J. E.; BOSSUYT, P. M.; BOUTRON, I.; HOFFMANN, T.; MULROW, C. D.; SHAMSEER, L.; MOHER, D. Mapping of reporting guidance for systematic reviews and meta-analyses generated a comprehensive item bank for future reporting guidelines. **Journal of Clinical Epidemiology**, v. 118, p. 60-68, 2020. https://doi.org/10.1016/j.jclinepi.2019.11.010.

PONTE, J. P.; CARVALHO, R.; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. **Quadrante**, v. 25, n. 2, p. 77–98, 2016. https://doi.org/10.48489/quadrante.22934

RADFORD, L. Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In: SUTHERLAND, R.; ROJANO, T.; BELL, A.; LINS, R. (Eds). **Perspectives on School Algebra**. Mathematics Education Library, v. 22. Springer, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, p. 13–36, 2006. Disponível em: https://doi.org/10.1007/0-306-47223-6_2. Acesso em: 04 nov. 2023.

RADFORD, L. On the development of early algebraic thinking. **PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática**, v. 6, n. 4, p. 117–133, 2012. https://doi.org/10.30827/pna.v6i4.6139

REIMANN, P. Design-Based Research. In: MARKAUSKAITE, L.; FREEBODY, P.; IRWIN, J. (Eds.). **Methodological Choice and Design**, Methodos Series, vol 9. Springer, Dordrecht. 2010. p. 37-50. https://doi.org/10.1007/978-90-481-8933-5_3

ROQUE, T. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Currículo Paulista**. Coordenadoria Pedagógica Currículo Paulista / organização, Secretaria da Educação, Coordenadoria Pedagógica**,** União dos Dirigentes Municipais de Educação do Estado de São Paulo - UNDIME. São Paulo: SEDUC, 2019. Disponível em: https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2023/02/Curriculo_Paulista-etapas-Educa%C3%A7%C3%A3o-Infantil-e-Ensino-Fundamental-ISBN.pdf. Acesso em: 28 jun. 2023.

SCHMITTAU, J. The development of algebraic thinking. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 37, n. 1, p. 16–22, 2005. http://dx.doi.org/10.1007/BF02655893

SEELEY, C. **A Journey in Algebraic Thinking - National Council of Teachers of Mathematics**. Disponível em: https://www.nctm.org/News-and-Calendar/Messages-from-the-President/Archive/Cathy-Seeley/A-Journey-in-Algebraic-Thinking/. Acesso em: 25 maio 2024.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 24. ed. São Paulo: Cortez, 2016.

SILVA, A. C. **O desenvolvimento do pensamento algébrico por meio do ensino de padrões em uma perspectiva problematizadora**. 2016. Monografia (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Campina Grande, Cuité/PB, 2016.

SILVA, L. M. O estudo de equações polinomiais: uma experiência de ensino-aprendizagem com proposição de problemas. **Brazilian Journal of Development**, v. 8, n. 11, p. 70852–70870, 2022. https://doi.org/10.34117/bjdv8n11-005

THEODOROVSKI, R.; OLIVEIRA, F. Padrões e o trabalho com sequências recursivas: uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 1, p. 219-236, 2020. http://doi.org./10.26843/rencima.v11i1.2202.

UNESCO. **Education for all**: literacy for life. Paris: Unesco, 2006. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000141639. Acesso em: 25 maio 2024.

USISKIN, Z. Conceções sobre a Álgebra da Escola Média e utilização de variáveis. Tradução de: Hygino H. Domingues. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Orgs.). **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

VACCARI, A.; GREGÓRIO, D. M.; MARTINS, M. A. Uma investigação sobre pensamento algébrico, raciocínio dedutivo e indutivo com estudantes do Ensino Médio. **Debates em Educação**, *[S. l.]*, v. 11, n. 25, p. 56–70, 2019. DOI: 10.28998/2175-6600.2019v11n25p56-70. Disponível em: https://www.seer.ufal.br/index.php/debateseducacao/article/view/6306. Acesso em: 9 maio 2024.

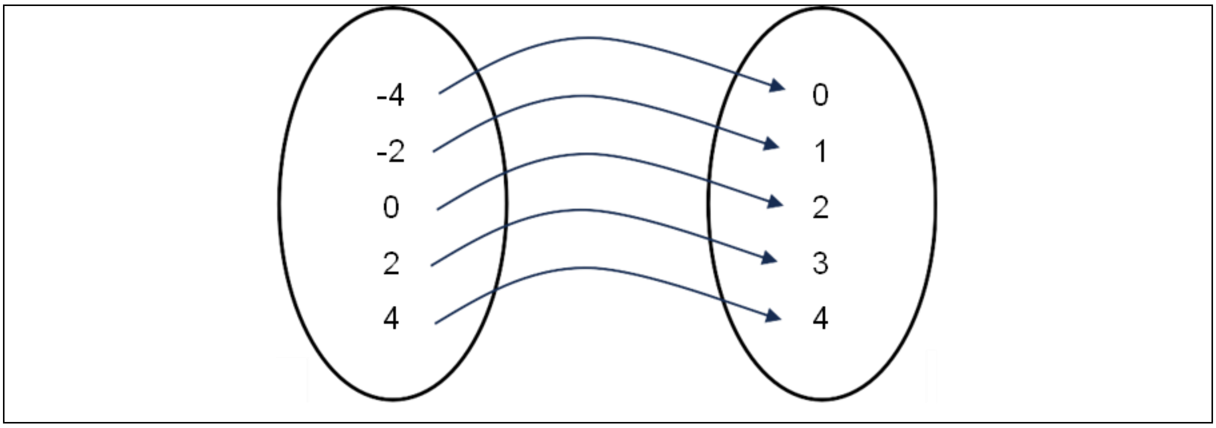
VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGÈS, P. A abordagem estrutural das representações sociais: a metodologia de núcleo central. In: MOREIRA, A. S. P.; OLIVEIRA, D. C. (Orgs.). **Estudos interdisciplinares de representação social**. Goiânia: AB, 2005. p. 115–134.

ZABALA, A. **A Prática Educativa:** como educar. Porto Alegre: Editora Artes Médicas Sul Ltda., 1998.

APÊNDICE A – Funções de 1º grau por meio de Diagrama de Venn

Objetivo: identificar a lei geral de formação da função linear por meio de diagrama de Venn.



1ª Pergunta: identifique se a relação entre conjuntos A e B acima representa umafunção. Justifique sua resposta.

____

____

____

____

2ª Pergunta: determine o conjunto domínio, contradomínio e imagem dessa relação.

____

____

____

APÊNDICE B – Taxas de crescimento de funções lineares e quadráticas

Objetivo: interpretar as propriedades de taxa de crescimento das funçõeslineares e quadráticas por meio de visualização gráfica.

1ª Pergunta: a tabela abaixo mostra os ganhos de um pintor em função do númerode horas que ele trabalha.

Número de horas	1	2	3
Ganhos do pintor	R$ 65,00	R$ 75,00	R$ 85,00

Os ganhos do pintor são proporcionais ao número de horas que ele trabalha?Justifique sua resposta.

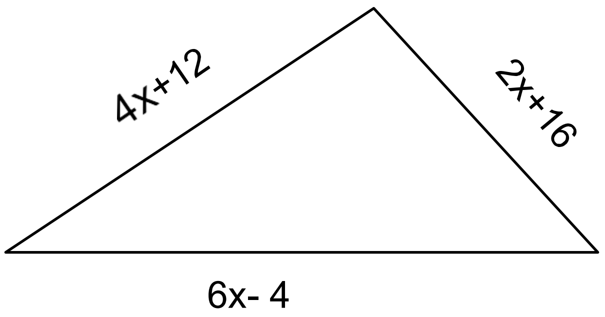
2ª Pergunta: a próxima tabela mostra uma relação proporcional entre o número de portas pintadas por um profissional e a quantidade de lixas utilizadas. Preveja uma quantidade de lixas com um número de portas maior que 7. Justifique sua resposta.

Número de Portas	Quantidade de Lixas
4	10
5	12,5
7	17,5
?	?

APÊNDICE C – Figuras planas e expressões algébricas

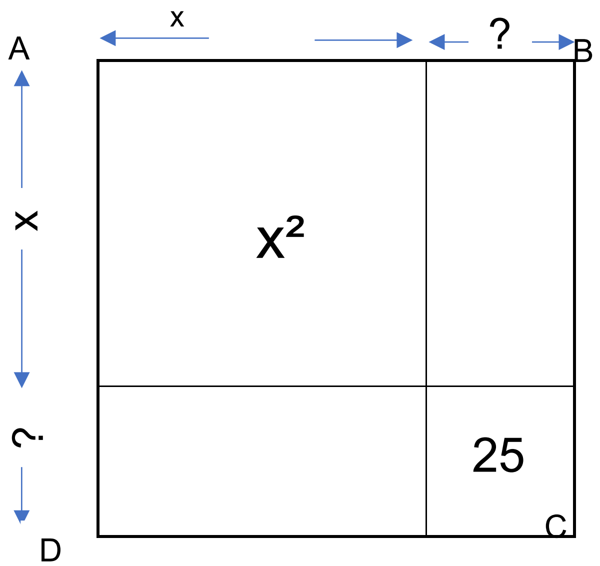
Objetivo: demonstrar o conceito de expressão algébrica no cálculo de perímetroe áreas de um triângulo.

1ª Pergunta: transcreva a expressão algébrica para o perímetro do triângulo abaixo.



É possível calcular a área do triângulo? Justifique.

2ª Pergunta: calcule o comprimento das laterais da figura abaixo e em seguidadescreva o polinômio que representa a área do quadrado ABCD.



APÊNDICE D – Resolução de Equações de 2º Grau

Objetivo: expresse a resolução de equações de 2º grau por meio de outras técnicas além da fórmula resolutiva da equação de segundo grau.

1ª Pergunta: descreva o par de coeficientes para cada equação do 2º grau e calcule as raízes pela regra do produto nulo.

a) $x^2 + 7x + 12 = 0$

$(x + 3).(x + 4) = 0$

$(x + 3) = 0$

$\therefore x' = -3$

$(x + 4) = 0$

$\therefore x'' = -4$

b) $x^2 + 4x - 12 = 0$

$(x + \quad).(x - \quad) = 0$

$(x + \quad) = 0$

$\therefore x' = -$

$(x - \quad) = 0$

$\therefore x'' = +$

c) $x^2 - 13x + 12 = 0$

$(x - \quad).(x - \quad) = 0$

$(x - \quad) = 0$

$\therefore x' = +$

$(x - \quad) = 0$

$\therefore x'' = +$

d) $x^2 + 3x - 4 = 0$

$(x + \quad).(x - \quad) = 0$

$(x + \quad) = 0$

$\therefore x' = -$

$(x - \quad) = 0$

$\therefore x'' = +$

Apêndice D (continuação) Resolução de Equações de 2º Grau

Objetivo: expresse a resolução de equações de 2º grau por meio deoutras técnicas além da fórmula resolutiva da equação de segunda grau.

2ª Pergunta: demonstre o método de completar o quadrado calculando as raízesdas equações quadráticas a seguir.

a) $x^2 + 5x + 4 = 0$

b) $x^2 + 5x + 6 = 0$

c) $x^2 = 7x + 18$

d) $x^2 = 4x + 21$

3ª Pergunta: Após resolver as equações quadráticas, responda: notou algumpadrão entre as equações? Quais os padrões que você observou? Explique.